

LE C_x DES CYLINDRES INFINIS DE SECTION POLYGONALE RÉGULIÈRE D'APRÈS XU, ZHANG, GAN, LI ET ZHOU

Ce texte comporte des facilités de navigation interne.

Si vous le lisez dans une visionneuse de pdf, vous y trouverez sans doute un bouton « Retour à l'emplacement précédent », par exemple. Sinon, le raccourci clavier Alt+flèche gauche produit souvent le ce résultat.

L'adresse où ce texte est téléchargeable dans sa dernière version pdf est :

https://gomarsfusées.eu/gomars/cx_cyl_polyg_reg.pdf

Version du 02/03/26

Résumé de ce texte :

Nous exploitons dans ce texte les apports magnifiques de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou concernant la Traînée des cylindres (ou prismes, ou barreaux) à section polygonale régulière exposés en travers du vent (les écoulements étudiés sont donc des écoulement 2D). Ces cylindres ont des sections de **3, 4, 5, 6, 7, 8, 12 et 16** côtés.

Les mesures de ces auteurs ont été faites à des Reynolds de **10⁴** à presque **10⁶**. Certains cylindres montrent des signes de réattachement précoce de l'écoulement (après un premier décollement).

L'observation des mesures montre que ce n'est pas la présentation des cylindres (*une arête en avant* ou *une face en avant*) qui détermine l'écoulement, mais la présence ou non, à l'épaisseur maximale des corps, de deux arêtes ou de deux faces, ce constat pouvant être ressenti comme contre intuitif. D'une façon générale, le Reynolds critique (Reynolds où se produit la transition de la Couche Limite depuis le régime Laminaire jusqu'au régime Turbulent) est d'autant plus fort que le nombre de côtés des cylindres est grand et que le cylindre s'approche d'un cylindre circulaire.

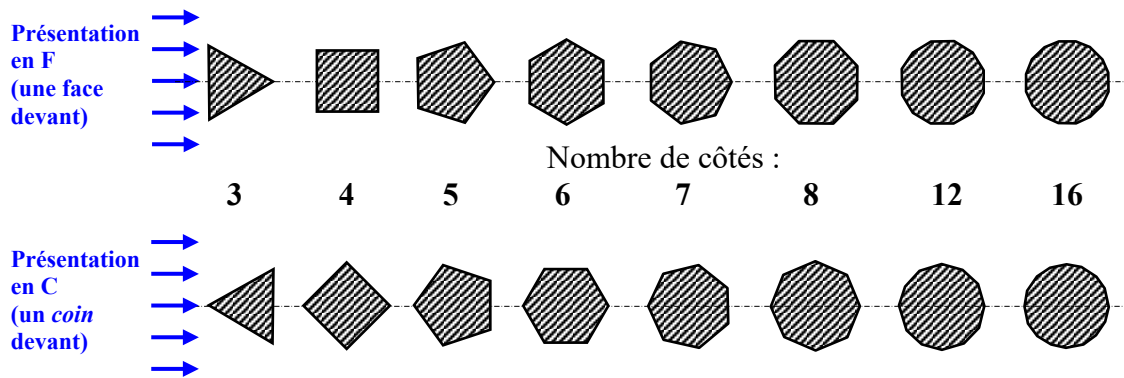
Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ont noté une belle régularité de l'évolution du C_x des cylindres vis-à-vis de l'angle de séparation de l'écoulement, cet angle de séparation étant l'angle de la dernière face mouillée par le flux avant la séparation. Ils en déduisent une loi mathématique donnant une approximation, à tous les Reynolds, du C_x des cylindres de nombre de côtés inférieur ou égal à **8**. Pour les cylindres de nombre de côtés supérieur à **8**, on observe la dichotomie classique entre le C_x sous-critique et le C_x supercritique. Pour ces derniers cylindres, le Reynolds critique est lié assez précisément au nombre de côtés (le Reynolds critique étant celui où se produit la transition de la Couche Limite et donc le passage du C_x sous-critique au C_x supercritique) ; les auteurs notent que les arêtes de ces derniers cylindres peuvent être considérés comme des rugosités déployées sur le cylindre circulaire circonscrit à leur section.

Nous évoquerons les applications pratiques des mesures de C_x de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou, aussi bien pour des cylindres infinis que pour des cylindres non infinis. Puis nous terminerons ce texte en soumettant l'idée d'effectuer des mesures sur des cylindres infinis de section polygonale "pseudo-régulière" à nombre de côtés non entier...

Introduction :

Dans [leur texte](#), ces chercheurs ont réalisé dans une soufflerie basse vitesse assez peu turbulente des mesures du C_x et du Strouhal de cylindres dont la base est un polygone régulier à **3, 4, 5, 6, 7, 8, 12 et 16** côtés, ceci dans une plage de Reynolds (basé sur l'épaisseur du cylindre telle que vue par l'écoulement) de **10⁴** à presque **10⁶**, soit (nous y reviendrons) des Reynolds sous-critiques et supercritiques.

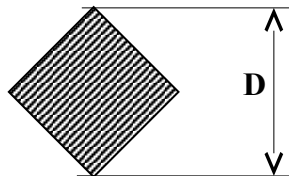
Chaque cylindre était présenté soit une de ses faces en avant, soit une de ses arêtes en avant :



Nous avons conservé l'intitulé des auteurs pour tous ces cylindres, à savoir le nombre de faces du cylindre suivi de sa présentation à l'écoulement (soit *une face devant*, ce qui donne **F**, soit *une arête devant*, ce qui donne **C**) (on mémoriserà mieux cette dernière présentation en prenant **C** pour l'initiale de *corner* ou *coin*).

Les mesures de Strouhal résultent des oscillations relevées dans les mesures de traînée et sont confirmées par des mesures au fil chaud à $2,5 D$ dans le sillage des cylindres. Nous les avons exploitées dans [notre texte précédent](#) : nous ne les reprenons pas ici par économie de place, mais on doit admettre que, pour chaque cylindre, l'évolution du Strouhal selon le Reynolds des mesures confirme bien l'évolution du C_x (le détachement tourbillonnaire à l'aval des cylindres étant, comme sur les autres corps 2D, révélateur de l'écoulement et étant donc très lié au C_x). On observe bien cette intrication sur [ce graphe](#) consacré au seul cylindre circulaire lisse (courbe marquée C_d , la courbe marquée $1/S$ montrant l'évolution de l'inverse du Strouhal du même cylindre).

Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ont basé leur Reynolds sur la largeur **D** de la section vue par l'écoulement :



Il apparaît alors que, pour ce type de cylindre à facettes testés, le phénomène de transition de la Couche Limite se produit à des Reynolds beaucoup plus faibles¹ que le Reynolds critique du cylindre lisse (nous le verrons plus bas).

Il faut se souvenir, à ce sujet, que ledit cylindre circulaire (lisse) ne vit *sa crise de C_x* qu'au-delà du Reynolds 10^5 ², comme l'indique le graphe de [Roshko](#) ci-dessous (qui montre également $1/S$, l'inverse du Strouhal) :

¹ ...ceci bien que la soufflerie utilisée par les auteurs était assez peu turbulente...

² Cela dépend également de la turbulence de l'écoulement.

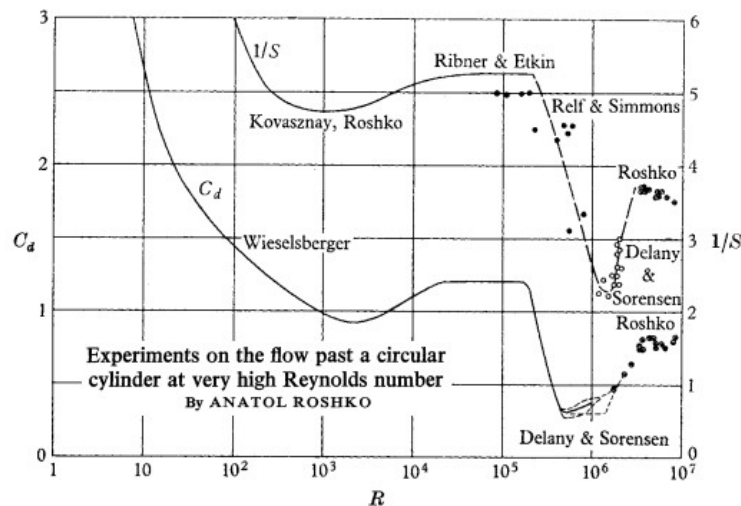


FIGURE 6. Drag coefficient and reciprocal of Strouhal number.

Les mesures de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ont été fait sur la plage de Reynolds **10 000** à presque **60 000**. Donc nettement en dessous de la zone critique du Reynolds pour le cylindre circulaire lisse (de fait leurs mesures de C_x du cylindre le montrent comme tout à fait à l'écart de sa crise du C_x).

Précisons que, s'agissant du Reynolds critique, ces auteurs en prennent comme définition, ainsi qu'il se doit (voir à ce sujet notre texte [LE C_x DE LA SPHÈRE](#)), le Reynolds situé à la moitié de la brusque chute de C_x due à la transition de la Couche Limite.

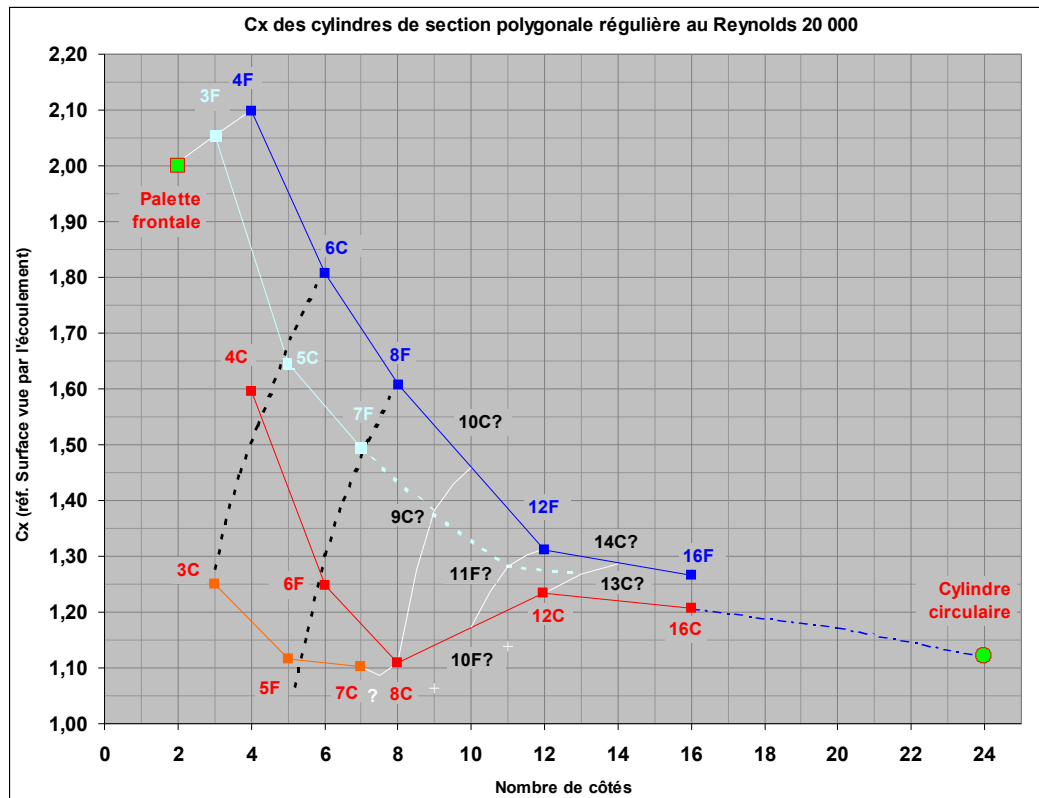
Comme d'habitude, nous procéderons dans le présent texte en isolant par la pensée les Reynolds sous-critiques des Reynolds où apparaissent les premiers effets de la transition de la Couche Limite, même si, dans la nature, ces deux plages de Reynolds peuvent être visitées sans discontinuité par certains corps. Le travail de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou montre que pour les cylindres à **12** et **16** faces régulières, les premiers effets de la transition se font sentir au Reynolds **25 000** ou **30 000**, ce qui, pour des corps de *diamètre 20 cm* ne correspond qu'à une vitesse de vent très faible de **1,78 m/s** (soit **6,4 km/h**).

Les C_x sous-critiques dégagés par Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou :

Par courriel, Shengjin XU a eu la gentillesse de nous confirmer que la surface de référence utilisée pour ces C_x est bien la surface vue par l'écoulement (donc le produit de la longueur du cylindre par la cote **D** telle que définie par le dessin [déjà montré](#) pour le Reynolds)³.

Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ont mesuré au Reynolds **20 000** les C_x suivant :

³ L'oubli de la mention des longueurs et surfaces de référence est une plaie en Mécanique des Fluides, même quand, comme ici, ces longueurs et surfaces peuvent paraître évidentes aux auteurs d'un texte ; toute notre expérience tend à nous persuader qu'au contraire il n'y a jamais de surface (ou longueur) de référence évidente pour un C_x ou un Reynolds. Ajoutons que nous souhaitons ne pas avoir avivé occasionnellement nous-même cette plaie, au détour de nos textes...



À ce Reynolds nettement sous-critique, ces C_x font montre d'une très jolie régularité. Le graphe dessine une sorte de fouet à quatre lanières dont on peut voir le manche entre les abscisses **16** et **24** (cette dernière abscisse représentant l'abscisse infinie du cylindre circulaire).

Les auteurs ont choisi ici de réunir dans les courbes bleue et rouge les cylindres à nombre de faces pair ou impair tantôt en présentation **C**, tantôt en présentation **F**.

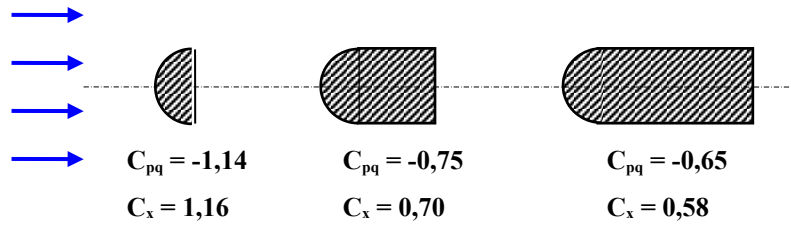
Cela n'a rien de surprenant si l'on songe qu'en Mécanique des Fluides, la forme précise de l'avant-corps est souvent de peu d'importance pour ce qui est de leur C_x (on peut songer à ce sujet, aux formes souvent très tarabiscotées de l'avant des véhicules de tourisme).

Le fait que les formes de l'avant-corps soient de peu d'importance peut évidemment paraître contre intuitif aux débutants puisque notre intuition quotidienne assigne à cet avant-corps le rôle de *fendre l'air*. Il n'en est rien : Ce qui caractérise l'aérodynamique d'un corps, c'est surtout la forme de sa partie médiane, ainsi que la forme de son arrière (l'*arrière-corps*).

À titre d'exemple, on peut rappeler que l'hémisphère avant d'une sphère en mouvement n'est responsable que d'une très petite partie du C_x de cette sphère (le gros du C_x provenant du décollement qui se produit au culot de la sphère) (voir à ce propos notre texte [Le \$C_x\$ de la sphère](#)).

Ce paradoxe que les formes de l'avant-corps comptent peu dans le C_x de ce corps s'explique facilement lorsque l'on songe qu'à l'approche d'un corps 3D, même assez peu profilé, l'écoulement de fluide s'organise naturellement (et bien avant le corps) en un genre de carénage de la face avant de ce corps. De fait, les mesures du Coefficient de Pression local C_p d'un corps relativement profilé montrent que sur cette face avant ce C_p se fait positif sur une certaine zone autour du point d'arrêt (ce qui tend effectivement à freiner le corps), pour devenir négatif un peu plus en arrière (ce qui aspire le corps en avant, cette aspiration compensant en très grande partie le freinage qui est né autour du point d'arrêt).

Rappelons encore qu'Hoerner avait constaté il y a longtemps que les Coefficients de Pression de culot C_{pq} de prismes 2D à bord d'attaque arrondi comme ci-dessous :



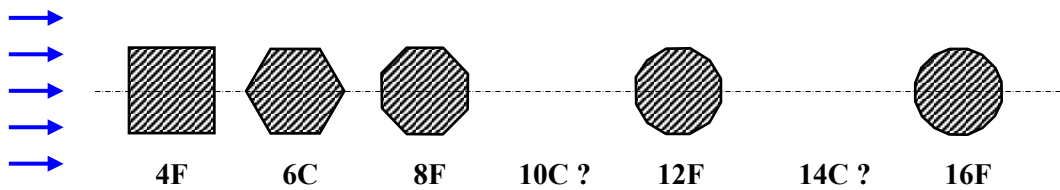
D'après Hoerner Drag, p65, fig. 53 de la [version française](#)

...était de l'ordre des C_x ou même leur étaient supérieurs. Hoerner commente ainsi ce phénomène : « Il faut donc conclure que la traînée de la partie avant [de ces corps] est plutôt négative. »

Dans le même ouvrage le même grand homme note aussi que les ogives de fusées, par exemple, peuvent avoir un C_x propre presque nul en subsonique.

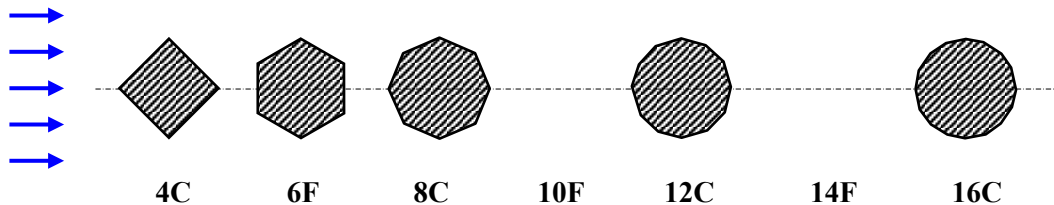
Si nous revenons aux cylindres de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou, ce n'est donc pas la forme de leur avant-corps qui va les caractériser (et produire de la Traînée) mais plutôt leur forme à leur épaisseur maximale, puisque pour lesdits cylindres, ce sera souvent à cet endroit que se produira le décollement de l'écoulement (nous y reviendrons).

Voici la suite de cylindres tels qu'ils se présentent au long de la [courbe bleue](#) dense supérieure :



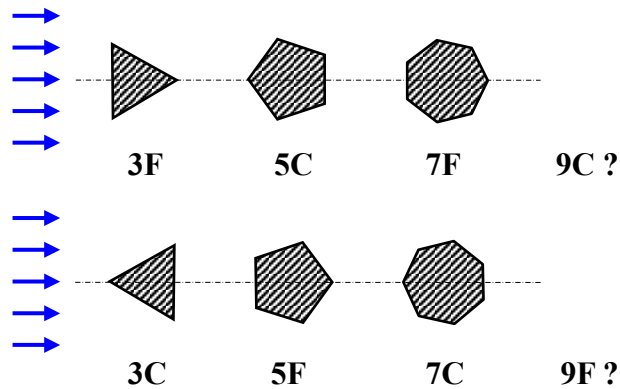
On observe bien que ce sont les formes de la partie médiane de ces cylindres qui sont similaires. Et si les cylindres **10C** et **14C** étaient représentés, les formes de leur partie médiane seraient aussi similaires.

De même, la partie médiane des cylindres de la [courbe rouge](#) du graphe présente la même physionomie :



Comme ces deux suites de cylindres présentent soit *une arête en avant* (cylindre en **C**) soit *une face en avant* (cylindre en **F**), on pressent que leur avant corps n'est pas si important dans leur aérodynamique (et leur C_x).

Toujours sur le [même graphe](#), les courbes bleu clair et orange alignent des cylindres présentant chacune le même type de partie médiane :



...à savoir deux arêtes d'épaisseur maximale située plutôt en amont ou plutôt en aval. À nouveau on note dans ces alignements de cylindres une alternance des présentations en **F** et en **C**.

Autre chose très importante : les auteurs observent sur ce [même graphe](#) des régularités qui dessinent une « grille cartésienne distordue » (nous parlons ici des courbes noires tiretées).

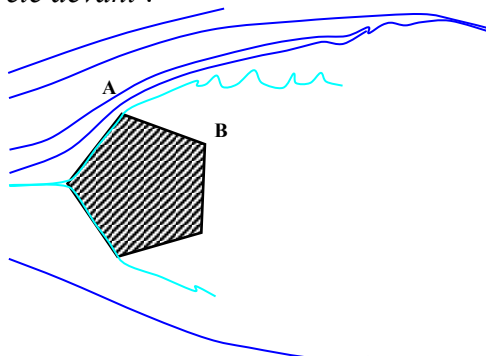
Nous revenons à l'instant sur l'explication physique d'une telle régularité. Nous avons poussé plus loin le dessin de cette [grille cartésienne distordue](#) en dessinant les courbes blanches ; il faut noter que ces courbes blanches (à l'exception de celle du haut) s'appuient sur les courbes bleue et rouge qui pourraient être modifiées (en ordonnées uniquement) par des mesures sur des cylindres à **10** et **14** faces : elles sont donc risquées (même si les auteurs les évoquent).

Plus risquée encore, mais bien tentante, est la prolongation de la [courbe bleu clair](#) vers la droite (en tiretés) et ses intersections avec nos courbes blanches.

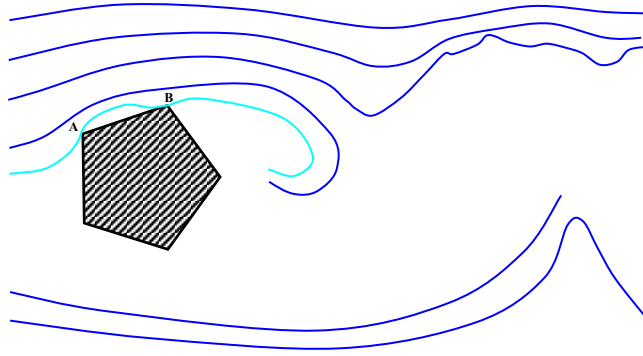
Une prolongation de la courbe orange vers les marques **9F** et **11C** serait imaginable, ces marques se présentant (à leur ordonnée **9** et **11**) également dans le prolongement des deux courbes blanches de droite : cela dessinerait les [croix blanches](#) à ces ordonnées...

Revenons à présent sur l'explication physique de la grille cartésienne distordue du [graphe précédent](#).

Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou, dans [leur texte](#), se sont évidemment beaucoup intéressés à l'écoulement autour des cylindres. Ils ont relevé par vidéo la façon dont cet écoulement se détache des cylindres. Pour le cylindre de section à **5** côtés, au Reynolds **10 000**, ils constatent que si, en présentation *une arête devant* :



...l'écoulement décolle à la première arête (autre que celle faisant office de point d'arrêt), à savoir l'arête **A**, en présentation *une face devant*, il se produit un décollement sur la première arête (la **A**) suivi d'un réattachement à l'arête **B** suivante :

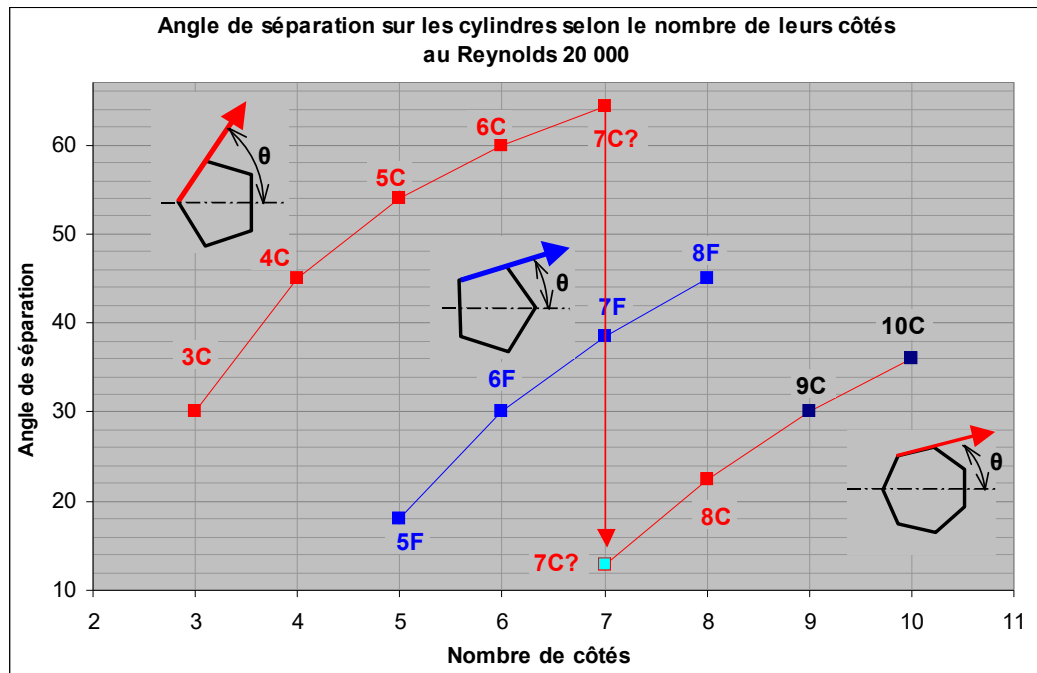


Le même phénomène de réattachement se produit pareillement (toujours en Reynolds sous-critique) pour le cylindre à **8** faces en présentation *une arête devant* (autrement dit le cylindre **8C**).

À ce Reynolds de **10 000**, les cylindres **7F**, **7C** et **8C** connaissent un phénomène similaire de réattachement après décollement...

Nommons θ l'angle (par rapport à la direction générale de l'écoulement) avec lequel l'écoulement se détache d'un cylindre. Dans le cas **5C**, cet angle est celui de la flèche rouge. Dans le cas **5F**, cet angle θ est celui de la flèche bleue :

En prenant de même, comme les auteurs, pour le cylindre **8C** l'angle de la face où se produit le réattachement, on peut dessiner l'évolution de l'angle de séparation (en $^\circ$) en fonction du nombre de côtés de la section :



Nous reviendrons [plus bas](#) sur le cas particulier du cylindre **7C** (qui est représenté deux fois sur ce graphe).

Cette évolution est régulière et c'est tout à fait logique puisque les angles des faces (qui donnent les angles de séparations) sont une fonction géométrique du nombre de côtés des sections.

Ainsi chaque marque de la courbe rouge du haut est tracée par la fonction :

$$\theta = 90 - 180 / N$$

... θ étant exprimé en degrés et N étant le nombre de côtés de la section du cylindre...

Les marques de la courbe bleue du milieu sont tracées de même par la fonction :

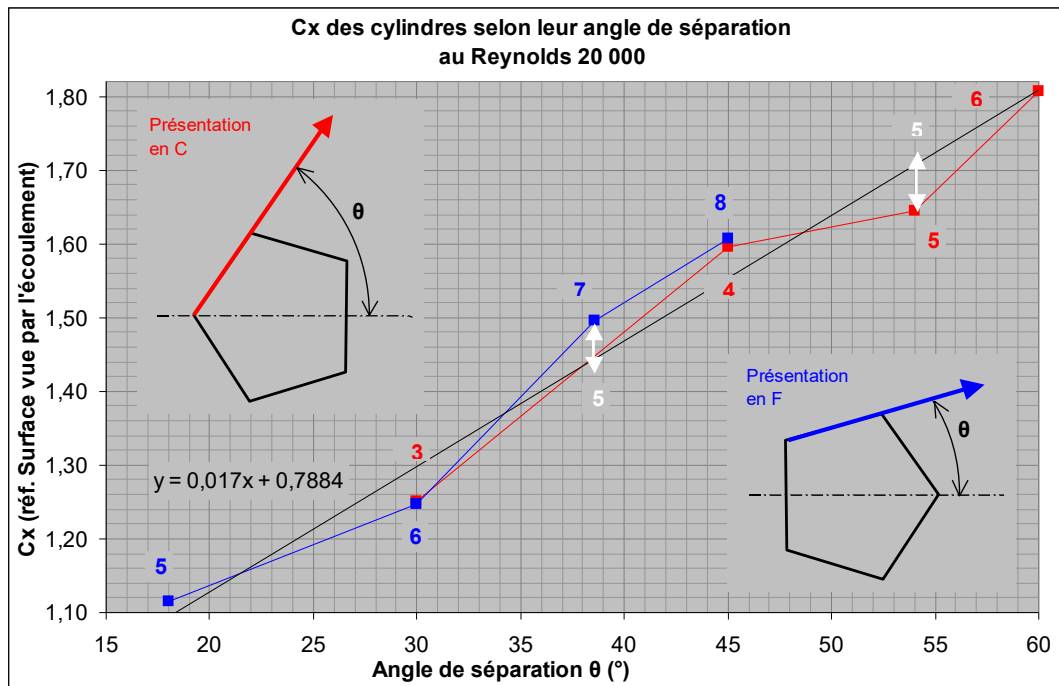
$$\theta = 90 - 360 / N$$

Quant à elles, les marques de la courbe du bas sont issues de la fonction :

$$\theta = 90 - 540 / N$$

Les ordonnées des marques **9C** et **10C** de cette dernière courbe (cylindres non testés par les auteurs mais à propos desquels nous avons émis des suppositions sur [ce graphe](#)) ont été prises comme celle du cylindre **8C**, à savoir l'angle de la deuxième face après le point d'arrêt.

Cependant, ce n'est pas l'évolution de l'angle de séparation par rapport au nombre de côtés qui est le plus éclairant, mais l'évolution du C_x par rapport à θ , l'angle de séparation (ce dernier étant, nous venons de le voir, fonction du nombre de côtés et du réattachement s'il en est) :



Sur ce graphe, tous les cylindres dessinés en rouge (en présentation C) voient l'écoulement se séparer dans le prolongement de la première face ; tous les cylindres dessinés en bleu (présentation F) voient l'écoulement se séparer dans le prolongement de leur deuxième face (la première face portant, bien-sûr, le point d'arrêt).

Force est de reconnaître qu'il y a bien un lien entre l'angle de séparation et le C_x des cylindres. Nous reviendrons sur ce lien [plus bas](#), en exploitant les travaux mémorables d'Hoerner...

La droite noire du graphe ci-dessus est une régression linéaire trouvée par Excel pour toutes les marques (rouges et bleues). Son équation est indiquée sur le graphe.

Cette régression est plus précise que **5%** (ce qu'indiquent les flèches blanches à double fer marquées **5%**). Notons que c'est aussi la déviation maximale des mesures de C_x de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou d'avec les mesures d'autres auteurs [Tropea & coll. (2007) et White (2001)].

Partant de cette régression linéaire, il est facile de construire deux fonctions donnant le C_x des cylindres d'après le nombre N de leurs faces. Ce sont :

$$C_x = 2,32 - 3,06/N \text{ pour les cylindres } 3C, 4C, 5C, \text{ et } 6C,$$

...et :

$$C_x = 2,32 - 6,12/N \text{ pour les cylindres } 5F, 6F, 7F \text{ et } 8F$$

Après comparaison avec les valeurs de C_x des auteurs (celles du graphe [déjà montré](#)), on constate que ces valeurs sont exactes à moins de **4%** près, sauf pour le cas **3C** (**4%**) et le cas **6F** (**4,25%**).

Quant au C_x des cylindres **8C**, **9C** et **10C**, les deux derniers étant de simples pronostics, on peut les déterminer par la même méthode. Ils sont alors pronostiqués par la fonction :

$$C_x = 2,91 - 14,2/N$$

L'erreur de ce pronostic pour le C_x du cylindre **8C** (qui a été mesuré par les auteurs) est de **1,98%**, ainsi que le montre cette saisie d'écran :

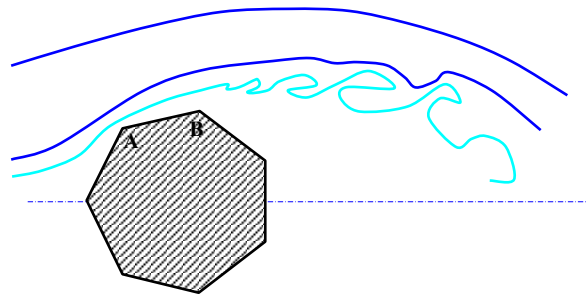
Présentation en C :			Angle de		Notre	
Cylindre	Nbre de côtés	C _x	séparation (°)	Vérif	pronostic	Erreur %
10C	10	1,46	36,00	1080	1,49	1,85%
9C	9	1,38	30,00	1080	1,33	-3,68%
8C	8	1,11	22,50	1080	1,13	1,98%
7C	7	1,10	12,86	1080	0,88	-20,36%

Cas particulier du cylindre 7C :

Le C_x du cylindre **7C**, qui a aussi été mesuré est celui qui résiste le plus à nos tentatives de pronostic (**-20,36%** d'erreur, comme on le voit dans la dernière ligne de cette saisie d'écran). Et pourtant nous l'avons considéré ici comme projetant l'écoulement avec l'angle de sa deuxième face alors que les auteurs considèrent, dans leur figure 12, ainsi que deux fois dans leur texte, qu'il le projette avec l'angle de sa première face (sans réattachement). Cela n'empêche pas que, dans le même texte, les mêmes auteurs écrivent, en commentant leurs photos d'écoulements :

« Dans quelques cas, par exemple, **5F** et **7C**, bien que l'écoulement décolle à l'arête **A** précédant l'arête d'épaisseur maximale **B** [voir le schéma ci-dessous], il se réattache près de B, ce qui résulte en un C_x et un Strouhal indépendant du Reynolds. »

Voici à ce propos une saisie de la photo des auteurs :



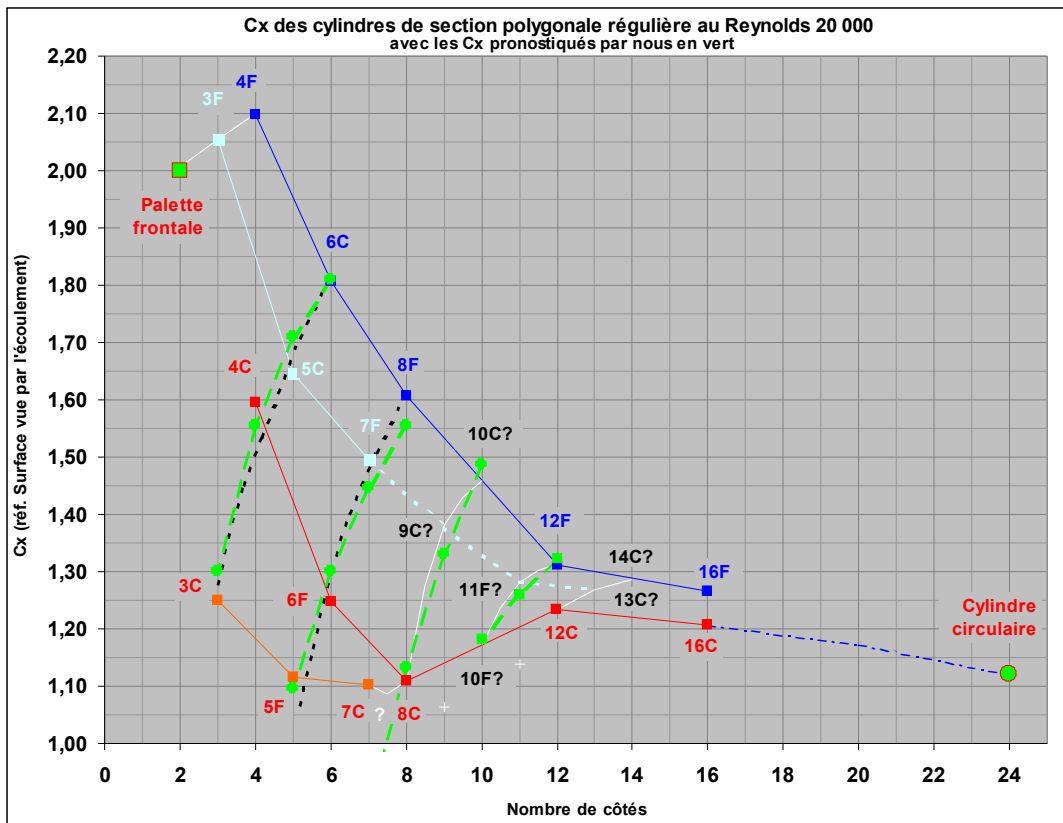
On y voit que la ligne bleu clair passe très près de **B**, ce qui peut donner lieu à des réattachement temporaire et légèrement baisser la moyenne temporaire du C_x⁴.

Un autre aveux de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou que le cylindre **7C** est particulier est qu'ils ont bien pris, dans leur figure 15 (figure qui correspond à notre graphe [déjà montré](#)), son angle de séparation à la valeur **12,86°**, ce qui correspond à l'angle de la face **AB** sur le schéma ci-dessus.

Ce cylindre **7C**, comme le [cylindre 5F](#), est donc bien un cas particulier. Lorsque lui donne **7,9** comme nombre de côtés dans l'équation $C_x = 2,91 - 14,2/N$, on lui pronostic le C_x réellement mesuré par les auteurs, ce qui n'est pas étonnant puisque ce C_x est à peu près le même que celui du **8C** sur [le graphe](#) et que ce cylindre **8C** honore de façon satisfaisant l'équation $C_x = 2,91 - 14,2/N$.

⁴ Pour tous ces cylindres donnant lieu à des vibrations à leur aval, et donc à un Strouhal, le C_x ne peut être conçu que comme une moyenne temporaire...

L'ensemble de nos pronostics de C_x dessiné en vert fluo, sur le même graphe, les courbes et marques suivantes :



On observe que ces marques vert fluo ne disconviennent vraiment ni aux tiretés noirs de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ni à nos deux courbes blanches tracées entre les ordonnées 8 et 10 et 10 et 12...

Si l'on prolonge la courbe verte 13F, 11F, 10F jusqu'à l'ordonnée 9, on dégage un pronostic de 1,09 pour le cylindre 9F ; c'est un peu plus haut que notre marque en croix blanche (2,12 % d'erreur), cette dernière marque en croix blanche étant également un pronostic basé sur la rencontre, à l'ordonnée 9, de la courbe orange avec le courbe blanche.

La conclusion que l'on peut tirer de cette tentative de pronostics de C_x, c'est que seul de cylindre 7C s'y montre rebelle (peut-être du fait de l'écoulement particulier qu'il suscite).

Nous n'avons pas poussé plus loin cette réflexion, conscient que sa seule utilité est de prouver une certaine régularité dans les lois de la nature, car une fois que le C_x de ces cylindres aura été déterminé, il sera plus simple de les placer dans un tableau selon le nombre de leur faces.

Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ont également effectué ce travail de pronostic. Ils n'utilisent cependant qu'une seule formule donnant le C_x d'après l'angle de séparation θ (qu'il faut toujours choisir avec précaution, au vu des captations de l'écoulement et de son éventuel réattachement⁵) :

$$C_x = 0,0128 * \theta + 0,9$$

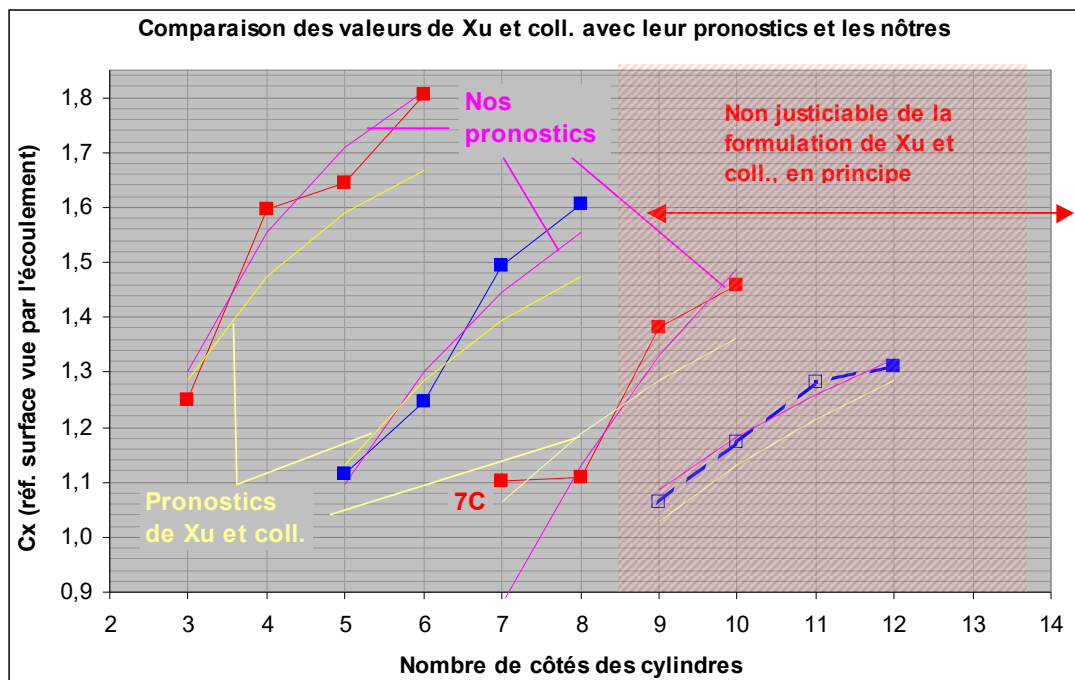
⁵ ...à moins qu'on utilise le Strouhal pour juger de la transition...

Cette formule est valide pour un nombre de côtés ≤ 8 et pour un Reynolds allant de **20 000 à 100 000** (cette plage de Reynolds plaçant les cylindres, spécialement ceux à plus grand nombre de faces, à l'orée du domaine sous-critique).

On note que cette formule des auteurs est valide sur une plage de Reynolds assez large alors que la notre ne l'est que pour le Reynolds **20 000** (Reynolds unique qui doit être représentatif de toutes les situations sous-critiques).

Nous avons comparé en sous-critique les performances de cette formule avec les performances des nôtres (qui, nous l'avons dit commet des erreurs en gros inférieures ou de l'ordre de **4 %** sauf pour le cylindre **7C** que nous ne savons pas traiter) : les C_x pronostiqués par Xu et coll. présentent des erreurs souvent doubles des nôtres et allant jusqu'à **8,15 %** : cela est normal dans la mesure où leur formule est unique (pour les trois type d'écoulement) et dans la mesure où la plage de Reynolds visée couvre une plage de Reynolds très importante.

Voici d'ailleurs une représentation de toutes ces erreurs (toujours au Reynolds **20 000**) :



Sur ce graphe, la partie hachurée correspond aux nombres de côtés ≥ 8 pour laquelle la formule de Xu et coll. n'est plus valide. Les cylindres présentés *une arête en avant* sont en rouge, ceux présentés *une face en avant* sont en bleu.

Nos pronostics (qu'on peut d'ailleurs considérer comme des régressions hyperboliques) sont en fuchsia.

Les pronostics de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou sont en jaune...

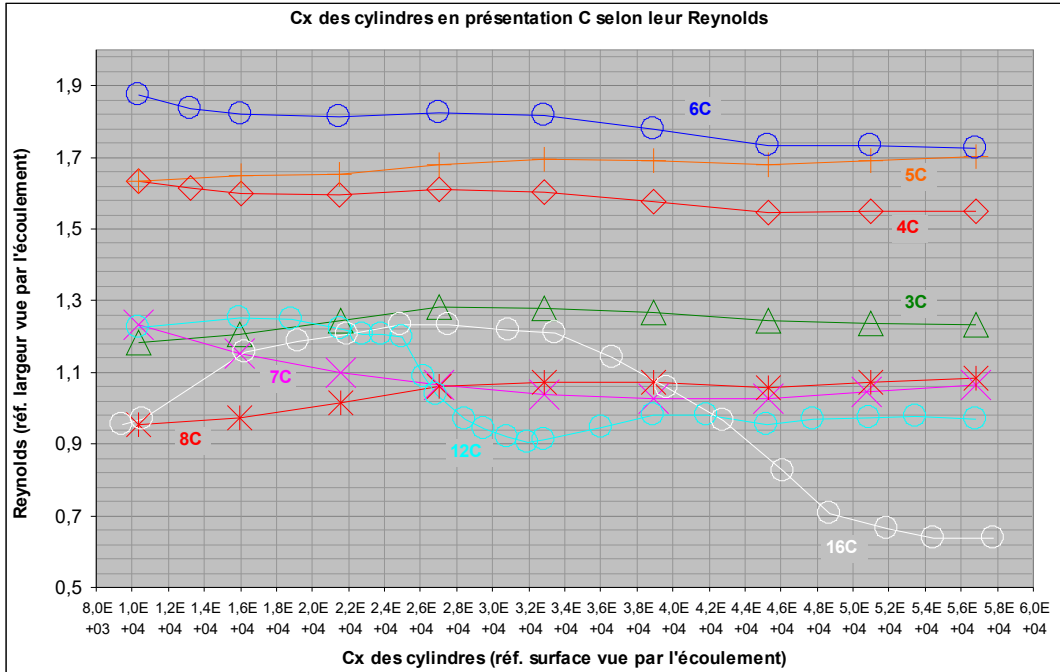
On remarque que notre pronostic de C_x pour le cas **7C**, pronostic basé sur le comportement des cylindres **8C**, **9C** et **10C**, se place un peu bas (c'est l'erreur de **-20,36 %** annoncée plus haut)...

La courbe bleue dense tiretée (dans la zone hachurée) n'est appuyée que sur le C_x du cylindre **12F**.

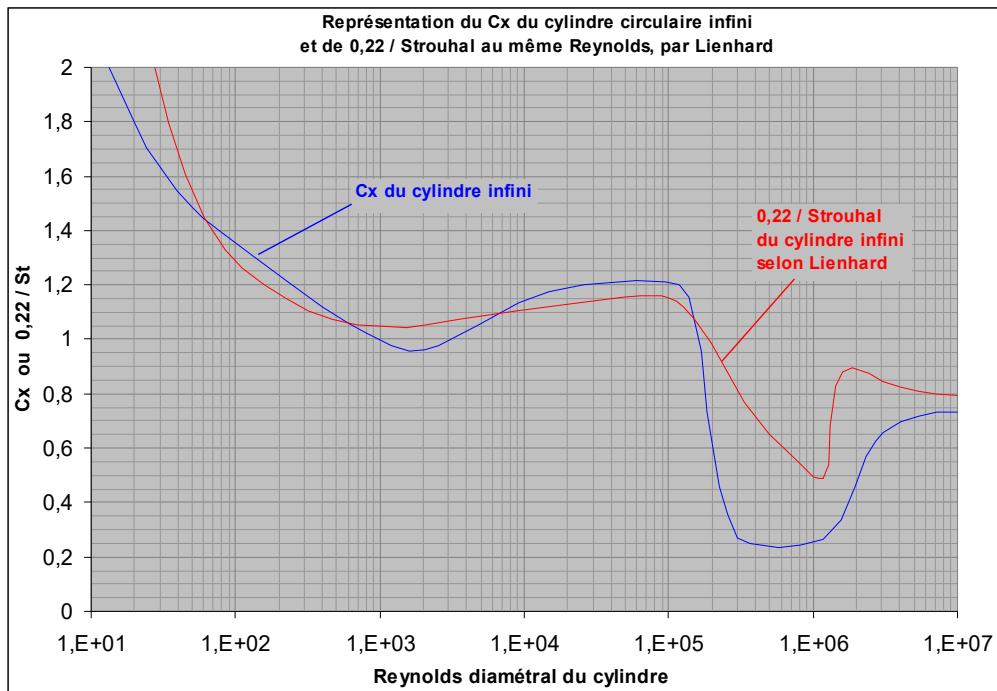
Évolution du C_x selon le Reynolds :

Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ont mesuré l'évolution du C_x de leurs différents cylindres dans la plage de Reynolds allant de $\sim 10\ 000$ à $57\ 000$ (ce Reynolds étant toujours basé sur la largeur du cylindre [telle que vue par l'écoulement](#)).

Voici par exemple l'évolution des cylindres en présentation C (c-à-d *une arête en avant*) :



On observe sur ce graphe que le C_x du cylindre à **16** faces (en blanc) est presque divisé par deux (-47%) dans ce qui ressemble beaucoup à la crise du cylindre circulaire, cette dernière crise du cylindre circulaire produisant cependant une chute du C_x beaucoup plus marquée puisque ce C_x est divisé par ~ 5 , comme l'indique ce graphe tiré de notre précédent texte sur le Nombre de Strouhal :



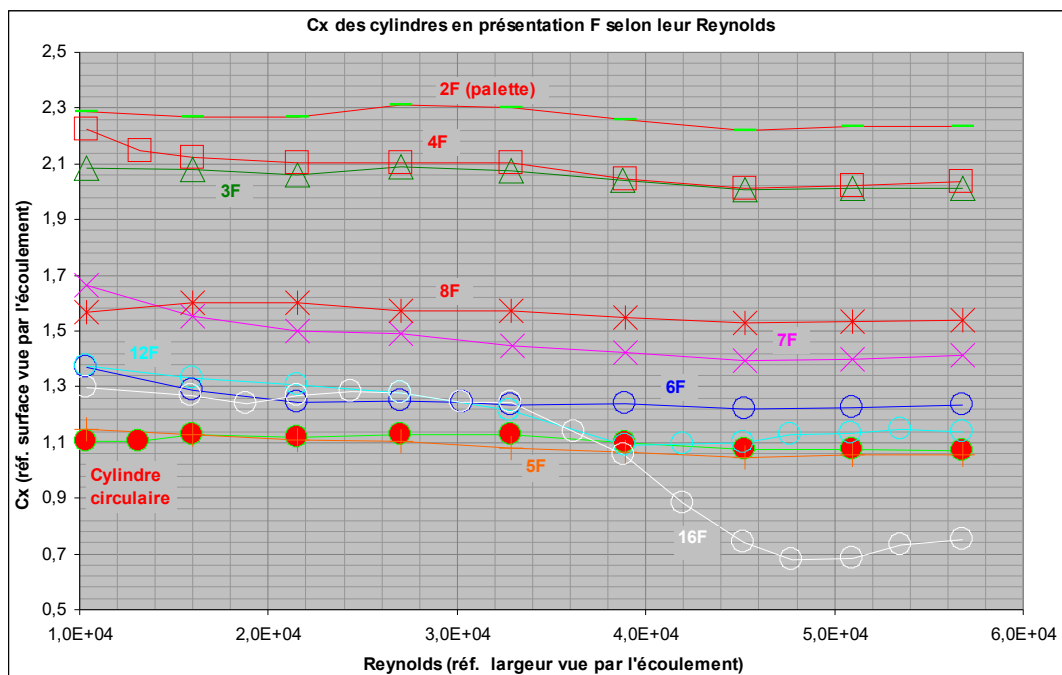
Le C_x du cylindre à 12 faces (en bleu clair), quant à lui, ne perd que ~30% dans cette même crise.

Il convient d'ailleurs de noter que la crise de ce cylindre **12C** se produit à un Reynolds inférieur (par rapport à la crise du **16C**).

À ce sujet, Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou écrivent d'ailleurs :

« Le C_x des cylindres à 12 et 16 faces décline rapidement du Reynolds **30 000** au Reynolds **40 000**, et, dans le même temps, le Strouhal croît nettement. L'observation [visuelle des écoulements] révèle une transition de la Couche Limite depuis l'état Laminaire jusqu'à l'état Turbulent. »

Voyons à présent l'évolution des C_x de tous ces cylindres lorsqu'ils sont présentés en **F** (c-à-d une face en avant) :



On observe encore bien la crise des cylindres **12F** et **16F**, même si la crise du **12F** (en bleu clair) est moins marquée ici (-15%) contre encore presque la même diminution (-45%) pour le **16F**.

Ce dernier graphe présente également des ondulations dont on ne peut exclure qu'elles soient des *artefacts*.

Certaines très petites irrégularités des courbes pourraient être considérées comme les effets d'une crise de C_x , en particulier les très petites inflexions des courbes **6C** (-4,5% à partir du Reynolds 30 000) et **8F** (-2,7% à partir du même Reynolds).

Cependant, ces très petites diminutions ne correspondent pas à la forte variation d'angle de séparation attachée au réattachement sur la face suivante pour le cylindre **6C** (60°) ou **8F** (45°), aussi bien lorsque l'on calcule ce demi angle par notre régression visible sur [ce graphe](#) que par la [courbe d'Hoerner](#) que nous allons montrer à l'instant.

On pourrait imaginer que ces réattachement ne soient qu'alternatifs et que le C_x mesuré (en moyenne temporelle, rappelons-le) les fonde dans sa moyenne mais les courbes du Strouhal, visibles dans notre [texte précédent](#), au même Reynolds ne révèlent aucun accroissement révélateur d'une crise...

Mais une question beaucoup plus importante se pose : au Reynolds de ~60 000 qui est le Reynolds maximal de ces deux dernier graphes, les cylindres **12F** et **16F** ont-ils bien terminé leur transition et surtout leur chute de C_x ?

Il semble que oui, si l'on en croit les conclusions de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou que nous relaterons [plus bas](#).

Notes sur le C_x des corps 2D selon l'angle avec lequel ils projettent l'écoulement :

Dans son ouvrage essentiel [Drag](#), Hoerner donnait, en 1946, le C_x frontal des dièdres pleins 2D (essayés entre parois) selon leur demi angle au sommet ϵ .

Pour des corps aussi simple que les dièdres, ce demi angle ϵ est l'angle de séparation de l'écoulement (qu'on peut bien sûr appeler *angle de décollement* ou encore *angle de projection de l'écoulement*) :

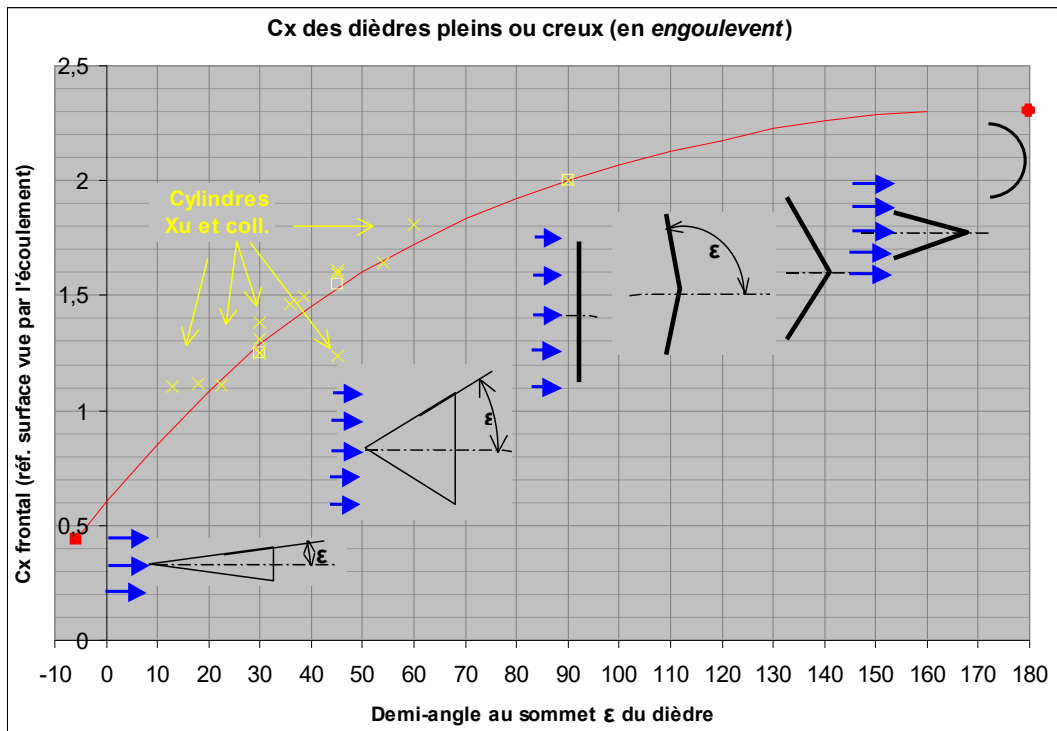


Fig. 34, p. 54 de l'édition française ou p. 3-18 de l'édition en anglais

Lorsque ce demi angle ϵ atteint 90° , le dièdre est devenu une palette (de C_x 2) et Hoerner continue le graphe en considérant que les $\epsilon > 90^\circ$ dessinent des dièdres creux.

Sur ce dernier graphe, nous avons fait figurer en marques carrées jaunes, aux ordonnées 30, 45 et 90° , le prisme à 3C de Xu et coll. en sous-critique, un prisme à 90° présenté également arête en avant, et la palette présentée frontalement (au C_x 2). D'autre part, les x jaunes représentent tous les cylindres de Xu et coll. au Reynolds 10 000.

Certains auteurs ont ajouté à ce tableau le demi cylindre creux placé *en engoulement* : sa cavité projette l'écoulement qui la pénètre vers l'avant, ce qui donne un demi angle de projection de 180° (c'est la marque ronde rouge à cette abscisse).

L'ensemble de la courbe montre une séduisante régularité (qui est confirmée par les marques jaunes).

Cette régularité conduit à penser que, du moins pour les dièdres, le C_x est tout à fait lié à l'angle de séparation de l'écoulement.

Bien-sûr, les cylindres de section polygonale régulière de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ne sont pas des dièdres (ils ont, en autres différences, un avant-corps, un corps médian, et un arrière-corps), mais on voit qu'ils honorent à peu près la courbe rouge des dièdres.

Le cylindre de Xu et coll. qui se distingue le plus des dièdres d'Hoerner est le 12C (les auteurs ont capté son angle de séparation à 45° en sous-critique).

Hoerner a même poursuivi cette courbe par des points autour de l'abscisse 0 qui dessinent des corps à faces parallèles ou presque ($\epsilon \approx 0$) arborant des bords d'attaque arrondis...

En voici l'exemple le plus à gauche (marque carrée rouge), de demi angle epsilon de 2,8 :



Le même Hoerner montre également un autre graphe du même type, résumant cette fois-ci les C_x de dièdres pleins présentés face en avant.

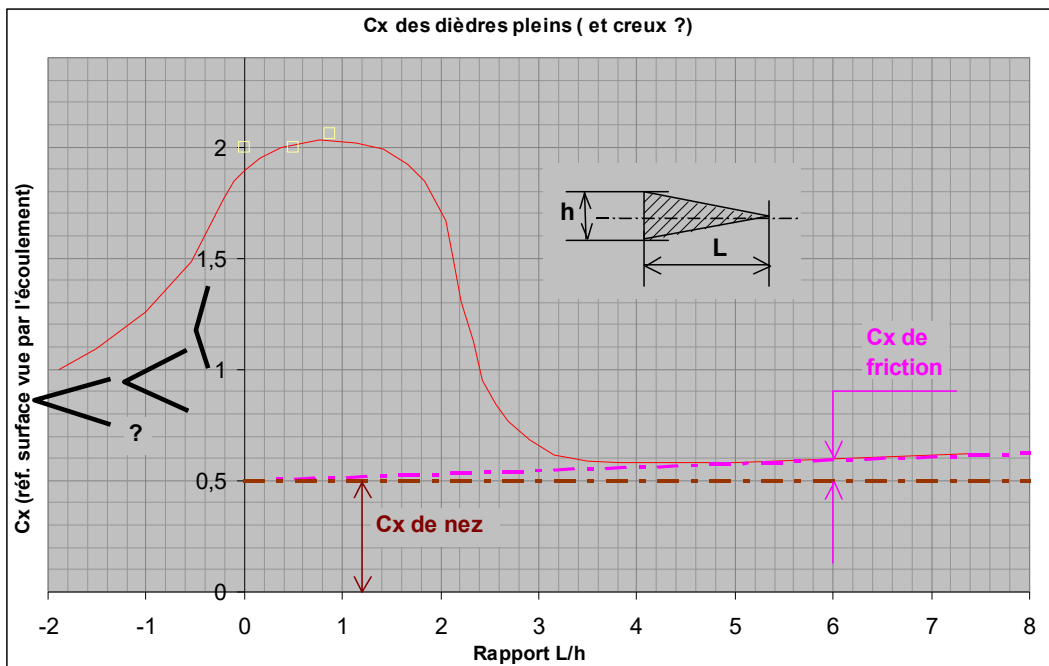


Fig. 36, p. 55 de l'édition française ou p. 3-18 de l'édition en anglais

Nous avons ici encore reporté en jaune les C_x de la palette frontale, du dièdre à 90° et du dièdre à 60° .

Hoerner a placé ici à **1,9** (et non à **2**) le C_x de la palette (mais **1,9** est également une valeur admise).

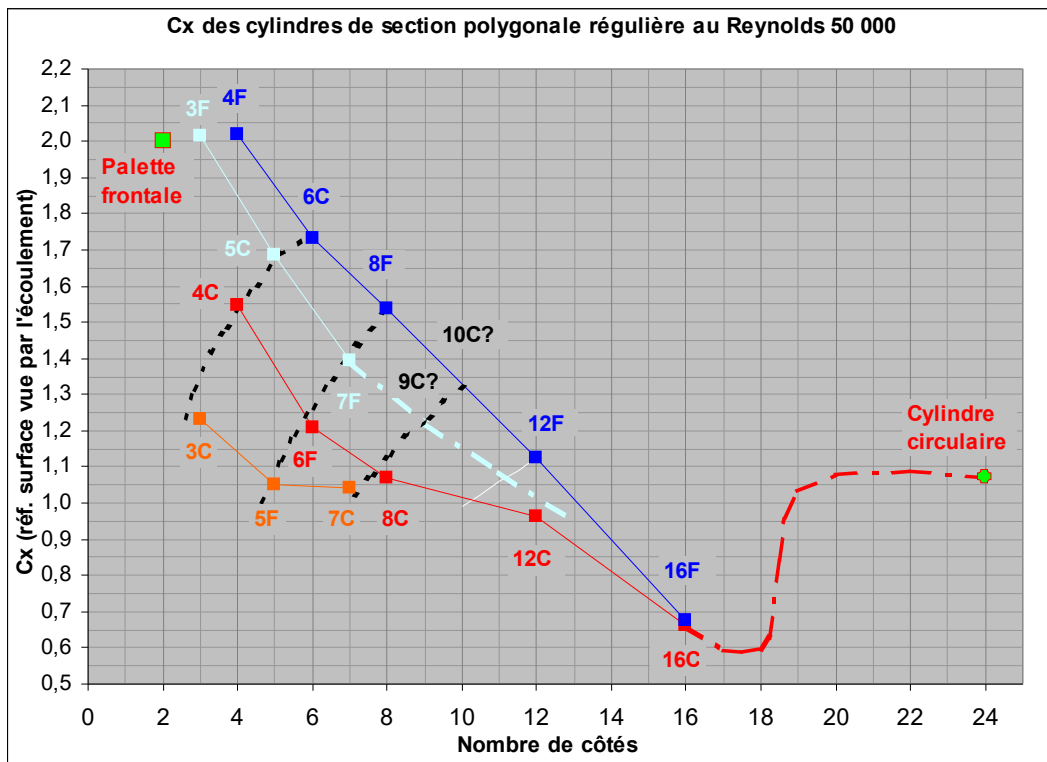
Il explique que la montée en C_x à droite de l'axe vertical correspond à une influence défavorable de la rue de tourbillon [de Bénard-Karman]...

Hoerner a prolongé les abscisses vers des valeurs négatives : nous pensons que ces abscisses négatives forment des corps en dièdres mais nous n'en sommes pas sûr.

Le même Hoerner, conscient que le C_x d'un bord d'attaque carré est proche de **0,5**, propose comme explication de la partie droite de la courbe rouge (partie droite où les corps forment des profils à bord d'attaque presque carré) que ses ordonnées sont la somme de ce C_x de nez (**0,5**) et du C_x de friction sur les faces du dièdre ⁶...

Les C_x supercritiques dégagés par Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou :

Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ont mesuré les C_x de tous leurs cylindres à un Reynolds qui, pour certain d'entre eux s'avère être un Reynolds où un réattachement de l'écoulement s'est produit (du fait de la transition de la Couche Limite) :



Les cylindres **12C** et **16C** et **16F** ont connu leur transition et sont donc supercritique (nous y reviendrons plus bas en montrant [la courbe](#) qui indique le Reynolds critique de tous ces cylindres en présentation C selon le nombre de leurs faces).

À nouveau, les courbes dessinent une sorte de fouet à quatre lanières, sauf qu'ici le manche (de l'abscisse **16** à l'abscisse **24**) en est tordu.

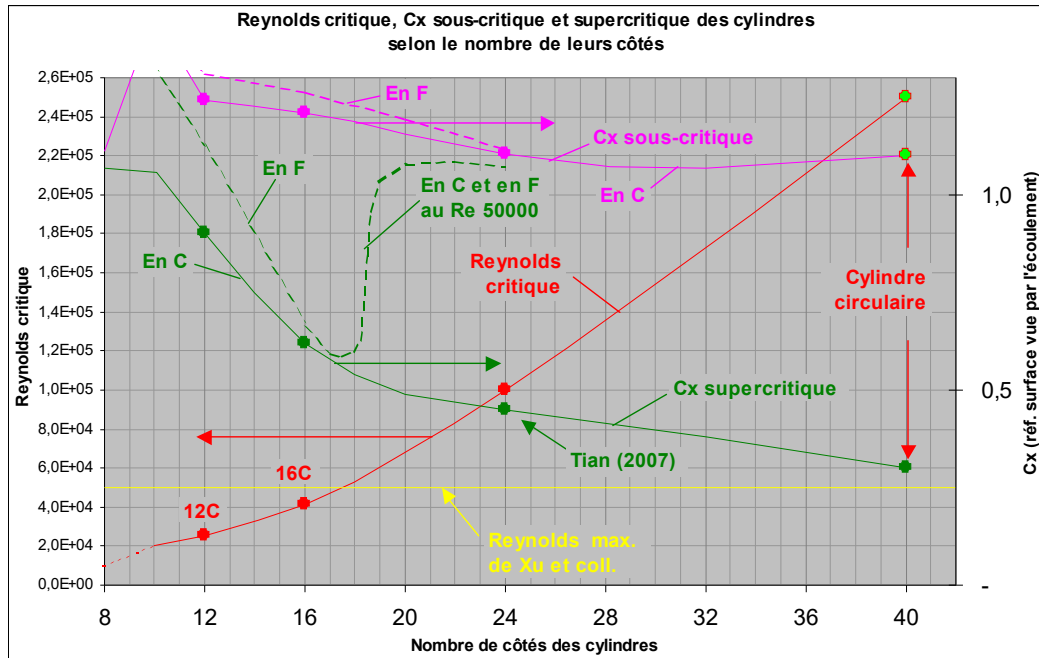
Cette remontée du manche du fouet vers la marque du cylindre circulaire (qui à ce Reynolds de **50 000** est encore sous-critique ⁷) vaut d'être explicité :

⁶ On peut penser que la Traînée de friction a été calculé ici selon un coefficient de friction forfaitaire (classique en Couche Limite totalement turbulente) de **0,006** par face...

⁷ Après sa crise, il sera divisé par ~ 4 ...

Les constats de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou sur la crise des différents cylindres :

Ces auteurs résument leurs connaissances sur la crise de tous les cylindres (dont le cylindre circulaire) par une courbe indiquant le Reynolds critique de ces cylindres selon le nombre de leurs faces. Cette courbe est la courbe rouge ci-dessous :



La définition des auteurs pour ce Reynolds critique est la définition classique : c'est le Reynolds situé à la moitié de la brusque chute de C_x liée à la transition de la Couche Limite (voir au sujet de cette définition notre texte [LE C_x DE LA SPHÈRE](#)).

Quant à ladite brusque chute du C_x (liée à la transition de la Couche Limite), elle ne correspond, à notre sens, qu'au décalage du décollement de l'écoulement jusqu'à une arête en aval de l'arête sur laquelle l'écoulement décolle pour des Reynolds sous-critiques (Reynolds où aucun réattachement ne se produit)⁸.

Sur ce graphe, nous avons dessiné en jaune le Reynolds maximal atteint par les mesures de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou. On note que les cylindres **12C** et **16C** ont bien vécu leur crise sous les yeux de ces auteurs (ils en font d'ailleurs état dans leurs graphes C_x / (Nombre de côtés) aux Reynolds **10 000**, **20 000** et **50 000**).

Pour d'autres cylindres, les **5F**, **7C**, **7F** et **8C**, les observations des auteurs indiquent l'existence de réattachements (peut-être temporaires pour le cas **7C**) au Reynolds **10 000**. La prolongation vers la gauche de la courbe rouge ci-dessus inciterait à le penser mais on doit noter que Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou n'ont pas posé ce constat...

Les mêmes auteurs ont prolongé vers la droite cette courbe rouge par la valeur du Reynolds critique du cylindre à **24** faces de Tian et, bien-sûr, par la valeur couramment admise du Reynolds critique du cylindre circulaire (d'après White, 2001) (le cylindre circulaire est ici placé à l'abscisse **40**).

⁸ Cette définition de la chute du C_x pourrait au besoin être affinée...

À l'ordonnée **18**, cette [courbe rouge](#) atteint presque le Reynolds **50 000** (qui est celui du [pénultième graphe](#)) : cela signifie qu'un éventuel cylindre **18C**⁹ serait sur le point d'entreprendre la transition vers le régime supercritique.

Mais, au même Reynolds de **50 000**, ce ne serait pas le cas d'un éventuel cylindre à **19** faces en orientation **C**¹⁰ : Ce cylindre **19C** n'ayant pas fait sa crise, son écoulement ne montrerait pas de réattachement et son C_x serait sous-critique, donc plus fort (cela explique la remontée de la courbe en tiretés rouge sur le [pénultième graphe](#)).

Au demeurant, pour ce cylindre **19C**, le C_x est donné (à l'ordonnée **19**) sur le [dernier graphe](#) par la courbe fuchsia : C'est à peu près **1,2**, ce qui proche du C_x (également sous-critique) du cylindre circulaire en sous-critique...

Nous avons prolongé en traits plus minces les courbes verte et fuchsia vers les nombres de côtés plus faibles. On voit que ces prolongations donnent des résultats mitigés, c'est sans doute pourquoi les auteurs ne les ont pas dessinées.

Nous avons également adjoint aux courbes rouge, fuchsia et verte de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou, une courbe en [tiretés fuchsia](#) montrant les relevés de ces auteurs au Reynolds **10 000** pour les cylindres présentés en **F** (cette courbe est entièrement sous-critique pour ces cylindres), et une courbe en [tiretés verts](#) montrant les valeurs indiquées par les mêmes auteurs au Reynolds **50 000** également pour les cylindres présentés en **F** : le remontée de cette dernière courbe à partir de l'abscisse **18** correspond à un retour au sous-critique¹¹.

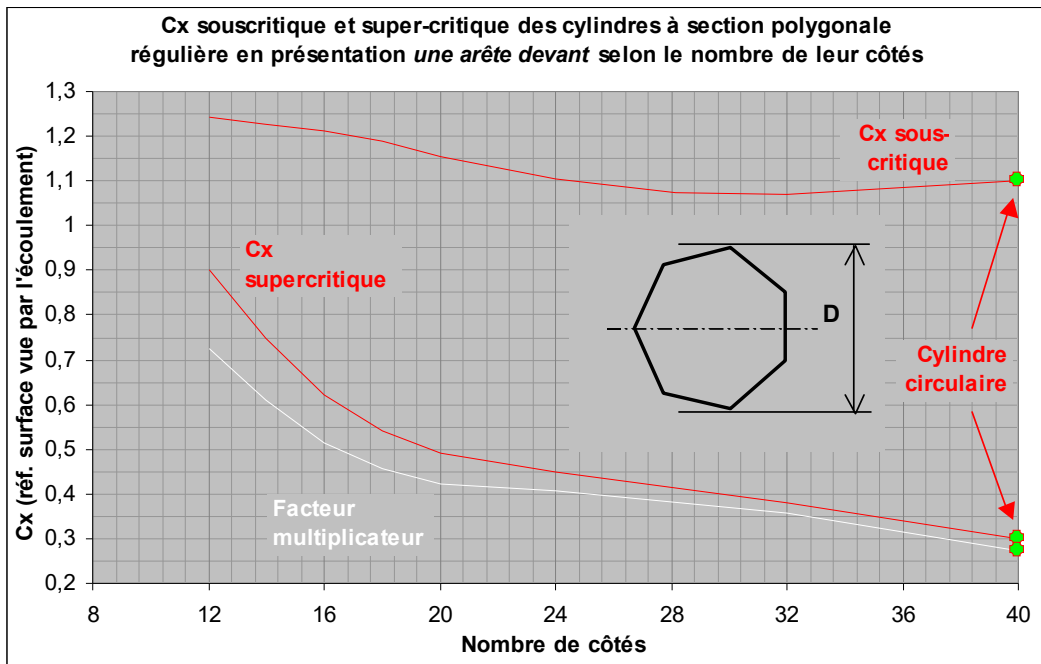
Il nous semble que l'on pourrait imaginer un ensemble de courbe en S de ce type pour d'autres Reynolds, ces courbes se décalant petit à petit vers la droite à mesure que croît le Reynolds où elles ont été établies.

Un apport important de cette courbe de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou est qu'ils donnent avec [ce dernier graphe](#) un panorama saisissant de la crise des cylindres de section polygonale régulière (au dessus du nombre de faces **8**) présentés *une arête en avant*. On peut mesurer sur ce graphe l'importance de la chute de C_x. Nous avons reproduit ci-dessous les deux C_x, sous-critique (plus fort) et supercritique (plus faible) pour cette présentation en **C**, ainsi que le coefficient multiplicateur (inférieur à **1**) qui permet de passer du C_x sous-critique au C_x supercritique (en blanc) :

⁹ La courbe rouge des auteurs est dessinée pour la présentation **C**.

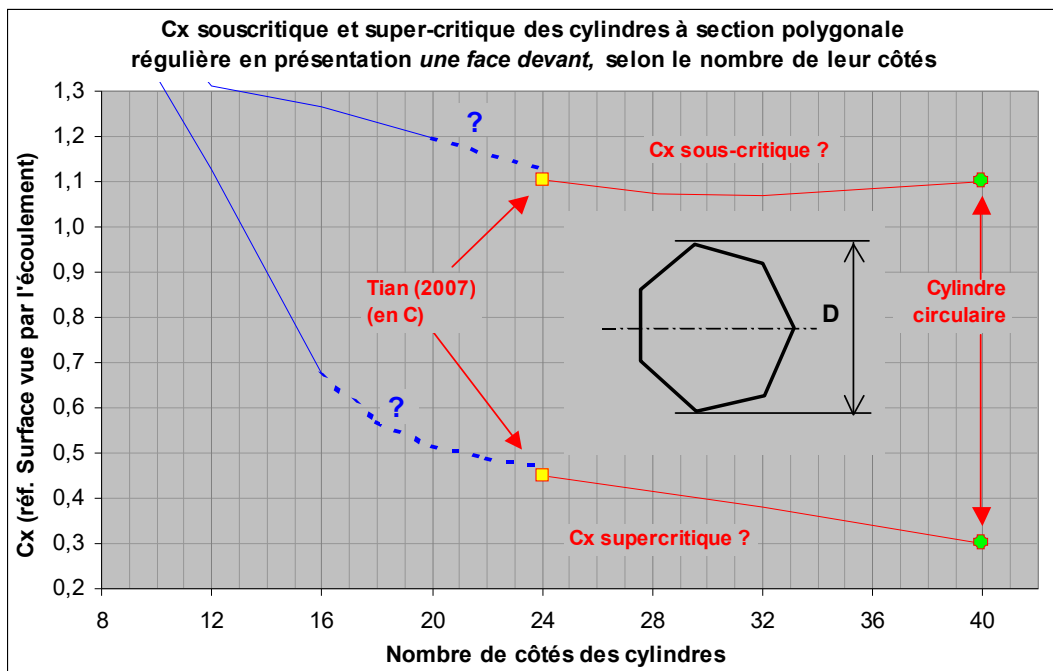
¹⁰ La courbe rouge des auteurs est dessinée pour la présentation **C**.

¹¹ On note que cette remontée du C_x est peut-être dessinée un petit peu trop à droite, si du moins on prend comme définition du Reynolds critique de la courbe rouge la moitié de la remontée en C_x...



Pour les cylindres à plus de **16** faces, ce coefficient multiplicateur va de **0,5** à **0,27** pour le cylindre circulaire...

Nous avons réfléchi au dessin d'un même graphe pour les cylindres en présentation **F** (une face devant). Certaines parties des C_x sous-critique et supercritique nous restent inconnues. Nous les avons représentées en tiretés bleus ci-dessous :



Les parties droites des deux courbes (appuyées sur la valeur de Tian pour le cylindre **24C** -en marques carrées à cœur jaune- et sur le cylindre circulaire) sont celles du graphe précédent (celles de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou, donc). Bien sûr les cylindres **24F** ne sont pas des cylindres **24C**, mais on est en droit de penser que le C_x du **24F** sera peu différent de celui du **24C** (par contre nous ne savons pas s'il sera plus fort ou moins fort).

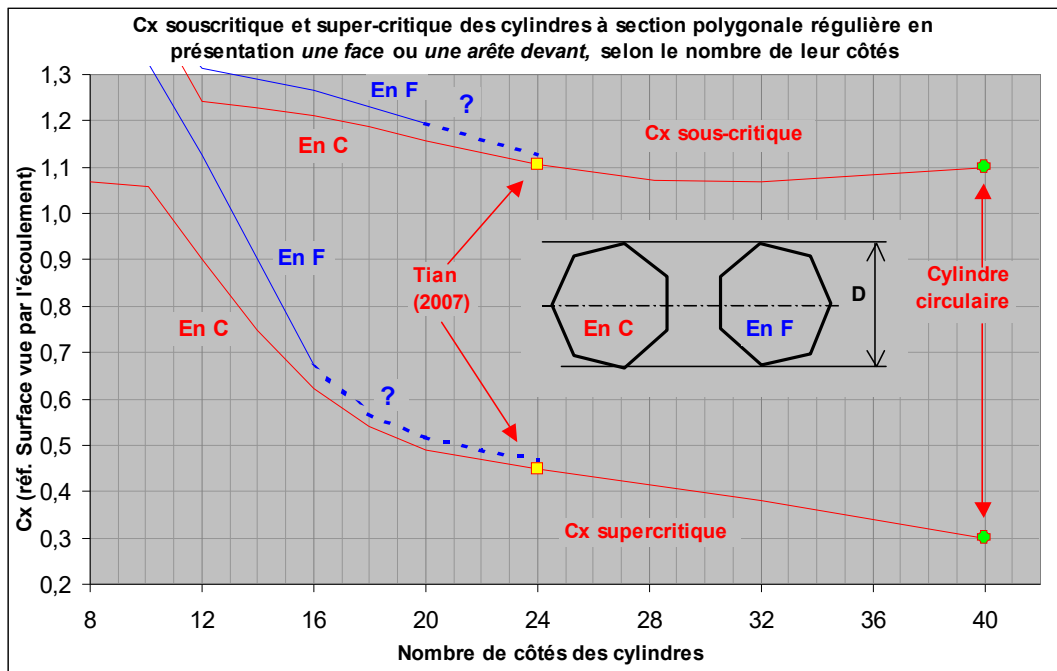
À mesure que croît le nombre de côtés au dessus de **24**, cependant, les deux courbes en tiretés bleus (sous-critique et supercritique) doivent s'approcher de celles dessinées par Xu et coll. (en rouge).

Le C_x sous-critique bleu à l'abscisse **20**, est tiré par estimation de [ce graphe](#).

Le C_x supercritique bleu à l'abscisse **16** a été mesuré par les auteurs ; c'est celui de [ce graphe](#).

Malgré toutes nos approximations, ces deux courbes doivent donner une bonne représentation des C_x sous-critique et supercritique des cylindres à section polygonale régulière en présentation *une face devant*.

Nous manquerions d'à propos si nous ne fondions pas ces deux derniers graphes :

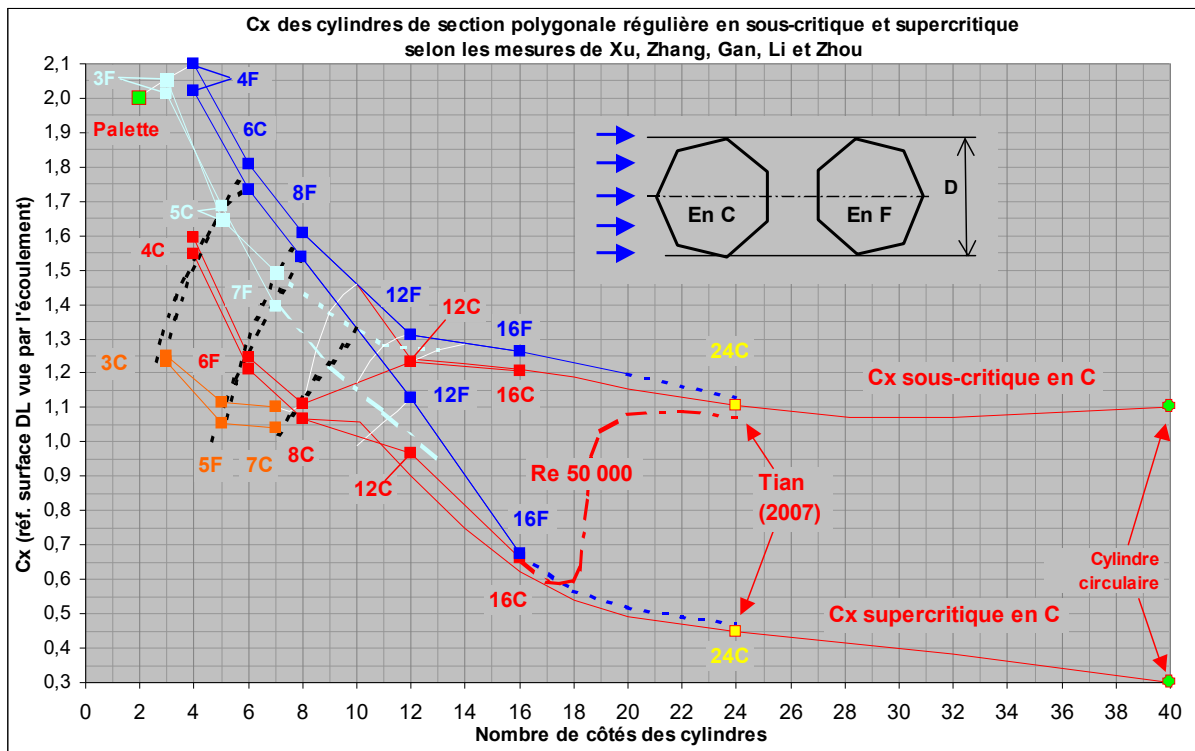


D'une certaine façon, chaque courbe apporte une confirmation à une autre (si l'on considère que l'écart entre le C_x sous-critique et supercritique diminue avec le nombre de côtés).

Sur ce graphe, nous avons porté également les C_x des cylindres à nombre de côtés inférieurs à **12** : l'irrégularité de ces C_x doit être prise comme un avertisseur de la complexité des phénomènes pour ces cylindres...

Une réflexion supplémentaire serait à mener pour les cylindres à section polygonale régulière en incidence quelconque (présentation entre *une face en avant* et *une arête en avant*). Mais en première approche, on peut penser que leur C_x se situerait entre chaque couple de courbes...

Une représentation complète des C_x mesurés au Reynolds **10 000** et **50 000** peut être tentée :



Cette représentation mêle les deux fouets de C_x déjà montrés dans [ce graphe](#) et [cet autre](#).

L'ensemble du graphe paraît assez complexe. Mais on peut le lire plus facilement si l'on s'avise du fait que les courbes de C_x établies au Reynolds **10 000** sont toujours plus hautes que celles établies au Reynolds **50 000** (à un croisement de courbes près, celui pour le cylindre **5C**¹²).

On peut penser que le premier Reynolds est sous-critique et que le deuxième (au moins jusqu'à l'abscisse **16**) est supercritique.

Les courbes en tiretées noirs, qui apparaissent par couples, justifient l'intuition de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou de proposer des régressions identiques pour les deux Reynolds en jeu (et pour les nombres de côtés inférieurs ou égaux à **8**)...

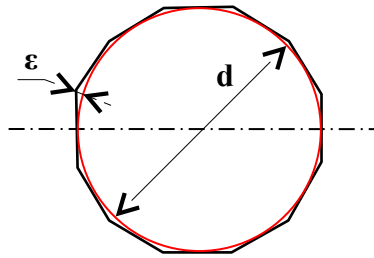
Le dédoublement des portions de courbes rouges les plus basses entre les abscisses **8** et **~16** n'a pas pu être expliqué par nous (si le C_x du cylindre **16C** [diminue bien](#) entre les Reynolds **50 000** et **60 000**, ce n'est pas le cas pour le Cylindre **12C**). Cela nous semble de peu d'importance...

Nos courbes blanches sont, rappelons des propositions risquées pour tirer des mesures de Xu et coll. le C_x de cylindres à nombres de côtés intermédiaires (non mesurés par ces auteurs). Les tiretés rouges ont été expliqués [précédemment](#).

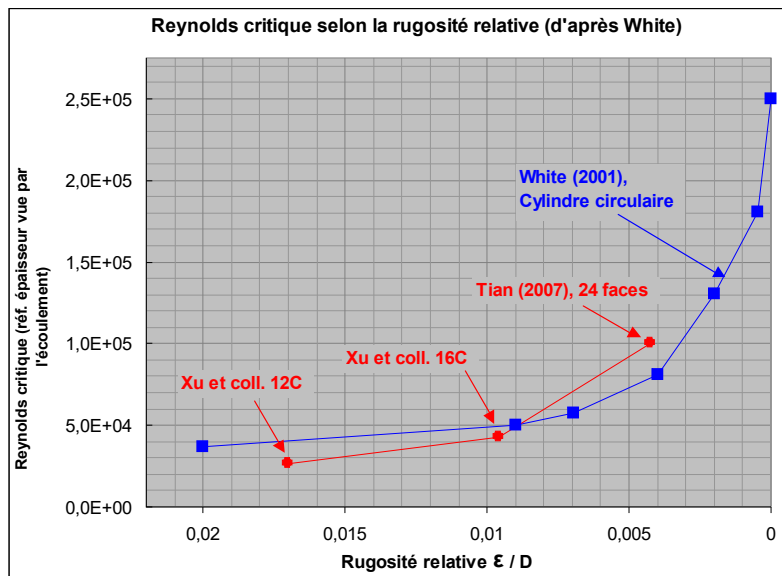
¹² Ce croisement de courbe ne devrait pas avoir d'explication physique, à notre sens. Les deux marques sont à des ordonnées séparées de **2%**...

Des arêtes comme des éléments de rugosité :

Pour les nombres de côtés ≥ 8 , Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou font le constat pragmatique que si l'on prend comme rugosité relative de leurs cylindres le rapport ϵ/d de la hauteur ϵ des arêtes au-dessus du cylindre circonscrit au diamètre d de ce cylindre circonscrit :



...la rugosité relative ainsi définie (en rouge sur le graphe ci-dessous) prédit assez bien le Reynolds critique des cylindres d'après la courbe classique R_{ec} selon la rugosité relative (courbe bleue ci-dessous) :

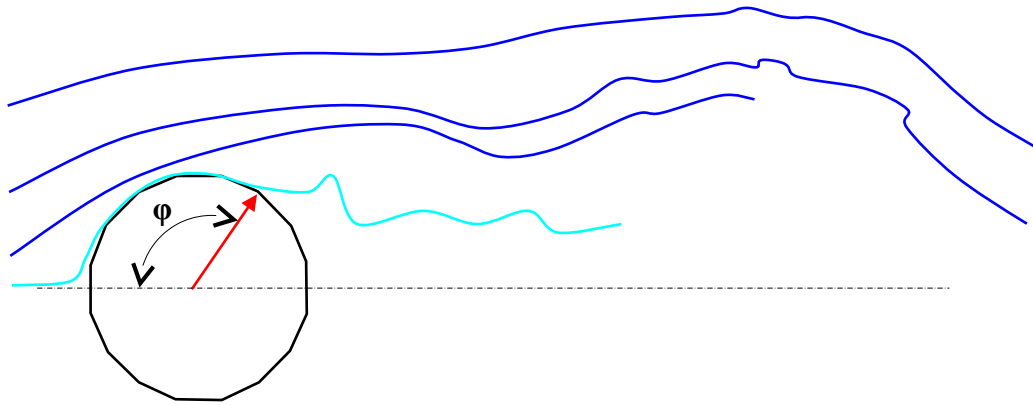


Ledit Reynolds critique R_{ec} est ici celui où se produit la transition de la Couche Limite depuis un régime laminaire jusqu'à un régime turbulent et donc où se produit la chute du C_x , exactement le Reynolds situé à la moitié de la brusque chute de C_x due à cette transition de la Couche Limite.

On note que pour le cylindre à 24 faces de Tian, ce constat pragmatique fonctionne moins bien : à notre sens, les 24 arêtes séparant ces faces ne sont plus ressenties autant comme une rugosité par l'écoulement...

Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ont-ils exploré suffisamment la plage supercritique ?

Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ont photographié l'écoulement sur le cylindre 16C :

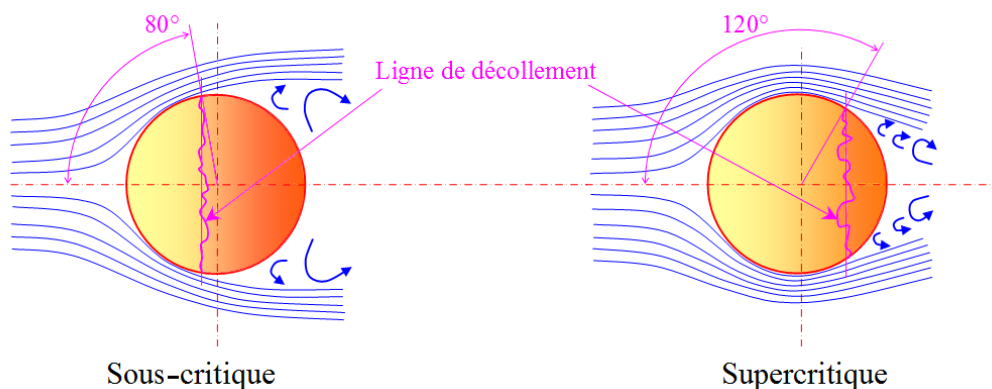


...et constatent sur ce même cylindre une séparation moyenne à l'arête marquée par une flèche rouge, c-à-d à un angle au centre φ depuis le point d'arrêt de **123,75°**).

Or ce même angle de séparation φ est réputé être proche de **120°** pour le cylindre circulaire lisse dans le même régime critique.

La sphère elle-même, toujours en régime supercritique, voit son écoulement se séparer d'elle au même angle :

Deux régimes de la sphère

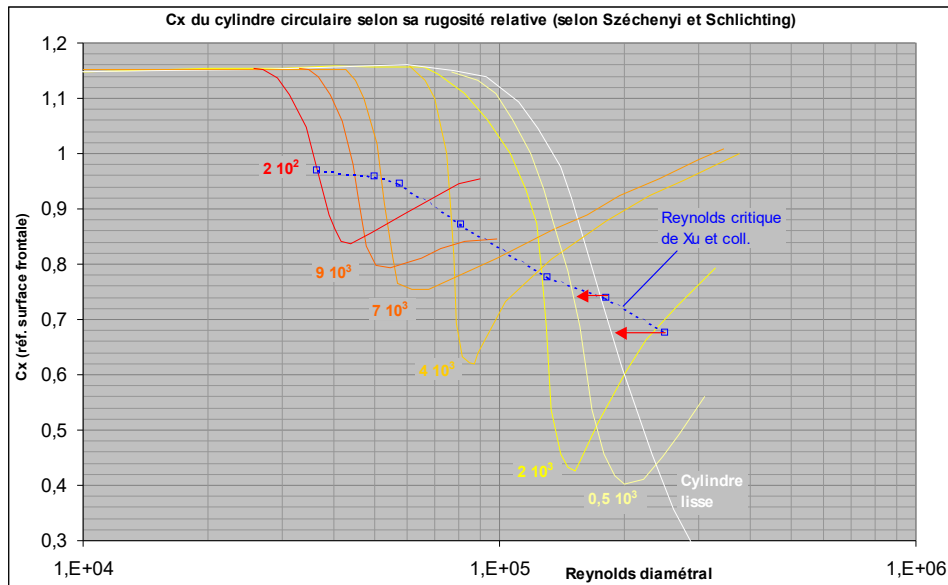


Au vu de la courbe verte du graphe de ces auteurs précédemment montré, courbe qui montre le C_x supercritique des cylindres selon le nombre de leurs faces, on constate que le C_x supercritique du même cylindre **16C** vaut **0,6** (on lit **0,64** ici) alors que le C_x supercritique du cylindre circulaire lisse est donné pour **0,3** (soit la moitié) ¹³.

Ce n'est pas si surprenant si l'on considère que la transition de ce cylindre **16C** se trouve anticipée par la présence de ses arêtes. Nous avons vu que Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou avaient assimilé ses arêtes à une rugosité, or la rugosité d'un cylindre circulaire, si elle anticipe bien la transition de sa Couche Limite, diminue également l'importance de sa crise de C_x (donc l'importance de la chute de C_x) ; on le voit sur le graphe ci-dessous (dû à Széchenyi ¹⁴) où sont dessinés les C_x de cylindres circulaires de plusieurs rugosités :

¹³ Ce C_x supercritique dépend des auteurs. On trouve aussi **0,23**...

¹⁴ Ce graphe est très proche de celui de Schlichting (1971).



La rugosité de ces cylindres est indiquée sur le graphe : il s'agit de la rugosité relative ε/D (rapport de la profondeur moyenne ε des éléments de rugosité au diamètre D du cylindre).

On remarque en tiretés bleus la courbe de Xu et coll. reliant tous les C_x critiques (situés à la moitié de leur chute) (c'est la courbe bleue [déjà montrée](#)) : il s'avère que ces auteurs n'ont pas utilisé ces courbes, surtout pour leur deux dernières marques à droite qui devraient être plus à gauche (ce que montrent les flèches rouges) ; cela n'est pas étonnant dans la mesure où de nouvelles mesures ont pu périmiser ces courbes déjà ancienne de Széchenyi (et Schlichting) (spécialement pour celle de ce dernier auteur illustrant la rugosité $0,5 \cdot 10^3$ et celle du cylindre lisse, ces deux dernières courbes étant les plus susceptibles d'être améliorées par des tests dans les souffleries très peu turbulentes modernes) ¹⁵.

Mais revenons au C_x [mesuré par Xu et coll.](#) pour le cylindre 16C : Si ce cylindre 16C est réellement en écoulement supercritique, cela signifie qu'il ne variera plus notablement, comme c'est le cas du [cylindre circulaire](#) ¹⁶, du moins (par exemple) pour des objets de la vie courante de diamètre inférieur à **20 cm** dans des tempêtes courantes de **250 m/s** (soit **70 km/h**) ¹⁷.

On peut donc penser que le cylindre 16C a bien fini sa transition.

Applications pratiques des mesures de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou :

Dans [notre texte précédent](#) (où nous avons exploité les mesures de Strouhal de ces auteurs sur les mêmes cylindres), nous écrivions :

« Pour un corps de **20 cm** de dimension transversale, le Reynolds **20 000** est celui d'un vent de simplement **1,4 m/s** (soit **5,14 km/h**, c-à-d le haut de la force **1** Beaufort, une *très légère brise* pour les marins) ¹⁸. »

¹⁵ On peut noter qu'en 1974, Széchenyi, cité dans [ce texte](#) (<https://fr.scribd.com/document/205676609/EXT-1332-5>), a exclu la courbe de Schlichting pour la rugosité $0,5 \cdot 10^3$. D'autre part, le Reynolds critique du cylindre circulaire lisse est souvent pris à $2,5 \cdot 10^5$.

¹⁶ Le C_x supercritique commence à remonter au Reynolds 10^6 , ce qui correspond quand-même à une vitesse de **514 Km/h** dans l'air pour un cylindre de **10cm** de diamètre.

¹⁷ Nous utilisons sans arrêt le C_x dans ce texte, mais, pour déterminer l'évolution des efforts sur un objet, c'est le produit $C_x V^2$ qui devrait être pris en compte (nous le ferons plus loin)...

¹⁸ Il est facile d'utiliser, dans l'air, le raccourci $Re_D = 70\,000 VD$...

Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ont relevé le Strouhal de leurs cylindres jusqu'à un Reynolds de presque **60 000** :

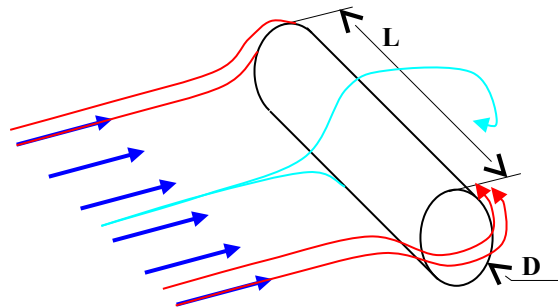
Cela fait, pour le même corps de **20 cm**, un vent de **15,4 km/h**, soit force **3**. C'est encore trop peu mais, nous venons de le voir, l'écoulement a déjà fait la transition de sa Couche Limite, du moins sur les cylindres à grand nombre de faces (**16 faces**, et peut-être **17**, et du moins pour les présentation en C, comme l'indique la courbe rouge [ci-dessus](#)).

On peut donc dire que Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ont atteint le Reynolds critique de tous leurs cylindres.

Il nous faut encore mettre en perspective l'influence de la transition des cylindres sur la force de Traînée aérodynamique qu'ils subissent (dans la vie de tous les jours).

D'abord, il est important de rappeler que les constats de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou ont été faits en 2D, c-à-d qu'ils concernent des cylindres d'élancement L/D infini.

Dans la pratique, pour qu'un cylindre puisse être considéré comme infini, il faut qu'il ait un élancement L/D suffisamment fort :



En effet, S. Goldstein a très tôt observé que lorsqu'un cylindre non infini est présenté transversalement à un écoulement, cet écoulement ne le contourne d'une façon coplanaire (en 2D) que dans sa partie milieu, par raison de symétrie (filets bleu clair, ci-dessus) ; en dehors de cette partie milieu, l'écoulement contourne le cylindre en 3D, surtout par ses extrémités (filets rouges, ci-dessus). Et ce contournement 3D conduit à une grande baisse de son C_x :

40

NACA RM A50107

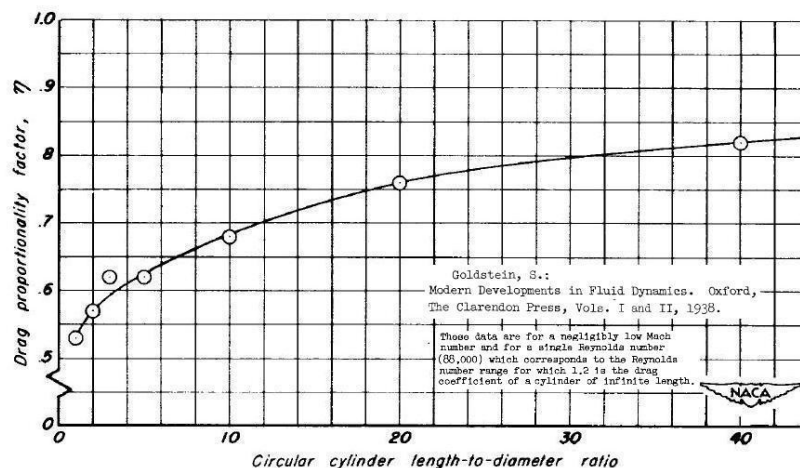


Figure 14.—Ratio of the drag coefficient of a circular cylinder of finite length to that of a cylinder of infinite length, η , as a function of the length-to-diameter ratio. ($R_c = 88,000$). $M \approx 0$

En ordonnées sont les rapports entre le C_x de cylindres circulaires non infinis présentés de façon transverse sur le C_x d'un cylindre circulaire infini également présenté de façon transverse (ce C_x vaut **1,2**). En abscisses sont les élancement **L/D** des cylindres.

On note que même à l'élancement **40**, le rapport des C_x est seulement de **0,82** (c-à-d que le C_x d'un cylindre d'élancement **40** vaut **1,2*0,82**).

Cette forte baisse du C_x des cylindres non infinis est due à ce que l'on appelle *la ventilation de l'aval des cylindres*. Ce phénomène s'explique de la sorte : La zone d'eau morte en dépression qui s'organise à l'aval d'un cylindre infini (ladite dépression causant l'essentiel de la Traînée du cylindre) tend, dans le cas des cylindres non infinis, à être comblée par de l'air moins déprimé en provenance de chaque extrémité (c'est la *ventilation de l'aval*). En conséquence de quoi le Coefficient de pression sur l'aval du cylindre est nettement moins négatif et le C_x beaucoup plus faible.

La ventilation de l'aval des cylindres circulaires se propage très loin de ses extrémités (disons **30** diamètres à partir de chaque extrémité). Attention, cela ne veut pas dire qu'à partir de l'élancement **L/D = 60** le C_x du cylindre vaut **1,2** : on peut estimer qu'il vaut **1,2** dans son tronçon central distant de plus de **30** diamètres de chaque extrémité, mais il vaut nettement moins dans ses deux tronçons d'extrémités (à cause de leur ventilation) ; bref, en s'appuyant sur la courbe de Goldstein, la logique dicte, pour le C_x traversier d'un cylindre circulaire d'élancement **L/D** supérieur à **44** au premier régime, la valeur hyperbolique :

$$C_x = 1,2 - 9,19/(L/D)^{19}.$$

Une autre régression, proposée par notre tableur, prolonge de façon plus seyante la courbe de Goldstein ; c'est : $C_x = 0,0806 * \ln(L/D) + 0,5182$. Elle n'est cependant plus acceptable pour les très forts élancements ²⁰.

Au demeurant, dans un raisonnement plus qualitatif, le C_x des corps d'élancement infini présentés en travers de l'écoulement est toujours beaucoup plus fort que le C_x de corps non infinis ; dans le premier cas l'écoulement est 2D, et dans le deuxième l'écoulement est 3D ; les Mécaniciens des Fluides ont coutume de dire que, dans un écoulement 3D, le fluide trouve beaucoup plus de voies de contournement du corps que dans un écoulement 2D. De ce fait, dans un écoulement 3D, l'écoulement est donc beaucoup moins freiné par le corps...

Attention cependant au fait que la courbe de Goldstein (courbe ci-dessus) ne vaut que pour le premier régime du cylindre circulaire (en sous-critique, donc). Pour le régime supercritique, les renseignements sont plus rares, mais, par défaut, on utilisera de même la courbe ci-dessus.

Lorsqu'un cylindre n'a qu'une extrémité (cylindre vertical sortant du sol et soumis au vent, par exemple) le problème devient plus complexe, du fait qu'il est probablement dans la Couche Limite du plan dont il jaillit.

La courbe de Goldstein ci-dessus vaut pour le cylindre (au premier régime) mais il est notoire que beaucoup d'autres corps tels que palettes, prisme à section carrée etc., dessinent des courbes assez proches. On pourra donc l'utiliser par défaut pour les cylindres de Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou.

¹⁹ On trouve cette valeur en écrivant que la Traînée d'un cylindre de longueur **L** est : $q * 0,826 * 1,2 * 44D^2 + q * 1,2(L - 44D)$, Traînée dont on tire le C_x (ce calcul s'appuie sur l'ordonnée **0,826** à l'abscisse **44** de la courbe de Goldstein).

²⁰ Le fait que la régression hyperbolique logique soit moins seyante pose des questions sur les mesures de Goldstein pour les forts élancements...

Mais revenons à la Traînée d'un cylindre circulaire infini (ou du moins suffisamment long). Cette Traînée F est évidemment donnée, pour un cylindre suffisamment long ²¹, par le produit $\frac{1}{2} \rho L D C_x V^2$.

Cependant, quelques manipulations mathématiques simples permettent d'écrire :

$$F = \frac{1}{2} \rho L D C_x V^2 = \frac{1}{2} \rho \frac{L}{D} v^2 C_x \frac{D^2 V^2}{v^2}$$

...rédaction où l'on reconnaît le carré du Nombre de Reynolds (v étant la viscosité cinématique du fluide).

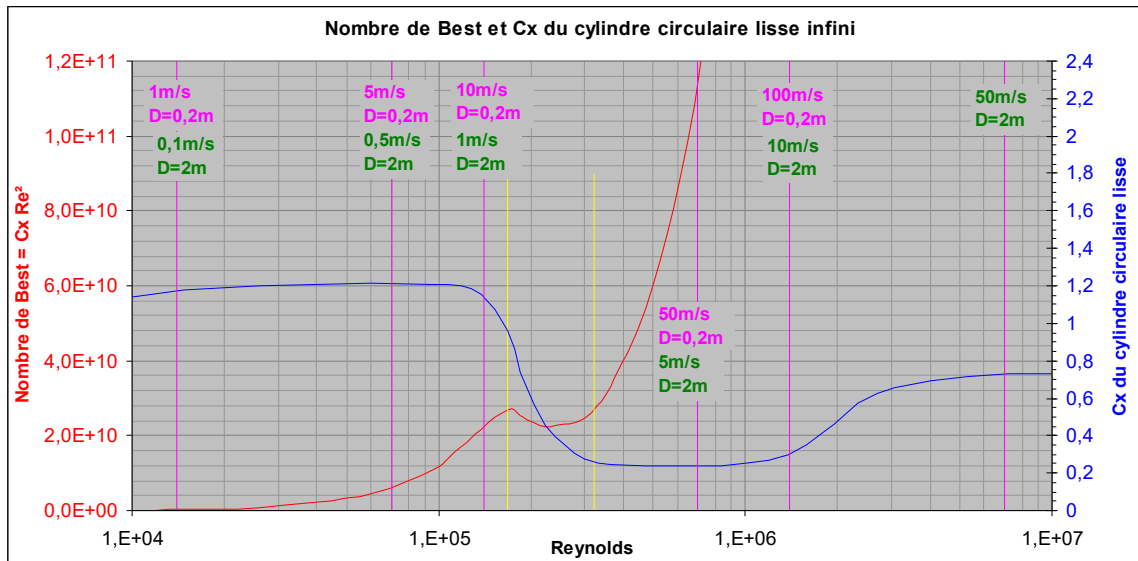
La force de Traînée du cylindre est donc :

$$F = \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{L}{D} C_x \frac{D^2 V^2}{v^2} = \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{L}{D} C_x Re_D^2$$

...nouvelle rédaction où l'on reconnaît cette fois-ci (en bleu) le Nombre de Best ou de Davies. Ce nombre, que l'on nomme B_e , produit du C_x par le carré du Reynolds diamétral, est évidemment adimensionnel.

À fluide donné (donc ρ et v donné) et à élanement L/D donné, la Traînée aérodynamique d'un cylindre circulaire ²² est donc proportionnelle à son Nombre de Best ou de Davies (celui-ci dépendant aussi du diamètre D).

Voici, dans l'air, l'évolution de ce dernier Nombre (courbe rouge) en fonction du Reynolds (donc de la vitesse du vent à diamètre D donné) :



(en bleu est la courbe du C_x du cylindre circulaire lisse, à lire sur l'échelle de droite)

On observe que la courbe rouge de ce graphe (à lire sur l'échelle de gauche) marque une légère descente un peu après le début de la chute du C_x . Entre les deux verticales jaunes, la Traînée pourra être considérée comme constante par l'ingénieur.

Cependant, au sortir de cette plage de quasi-constance, la vertigineuse ascension de la Traînée reprend (bien que le C_x s'y maintienne au plus faible et constant ²³). En la matière, il faut pourtant se dire que s'il n'y avait pas eu transition de la Couche Limite et crise du C_x , la Traînée

²¹ Au moins un rapport L/D de 20 pour un cylindre vertical posé sur le sol (comme une cheminée cylindrique)...

²² Il en serait de même pour d'autres type de cylindres (donc ceux de Xu et coll.).

²³ Si l'on considère le C_x comme constant, la montée est quadratique...

aurait été 4 à 5 fois plus forte, à vitesse égale (ce qui suffit largement à produire la ruine d'un ouvrage)...

Nous avons porté en fuchsia une échelle de vent en **m/s** pour un cylindre de diamètre **0,2 m**. Des étiquettes vertes attribuent à la même échelle les vitesses de vent pour un diamètre de cylindre **2 m**²⁴.

Nous avons déjà écrit :

$$F = \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{L}{D} C_x R_{eD}^2 = \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{L}{D} B_e$$

Si l'on se sert de notre graphe comme d'un abaque pour déterminer la force de Traînée **F** sur un cylindre dans l'air, on pourra utiliser la formulation :

$$F = 1,25 \cdot 10^{-10} \frac{L}{D} B_e^{25}$$

Par exemple : La Traînée d'un cylindre de diamètre **0,2 m** et d'élanement **L/D = 40** à **10 m/s** est donnée ([verticale fuchsia](#)) par le nombre de Best **2,1 10¹⁰**. Elle est donc de **1,25 10⁻¹⁰ * 40 * 2,1 10¹⁰**, soit **105 N**.

Soumis à un vent de **50 m/s** (soit **180 Km/h**) le même cylindre connaît un [Nombre de Best](#) de **1,14 10¹¹**, ce qui lui promet une Traînée de **1,25 10⁻¹⁰ * 40 * 1,14 10¹¹**, soit **570 N**.

Précisons que nous n'avons pas cité dans nos deux textes tous les apports de Xu et coll. En particulier, leurs mesures du coefficient de Portance des différents cylindres...

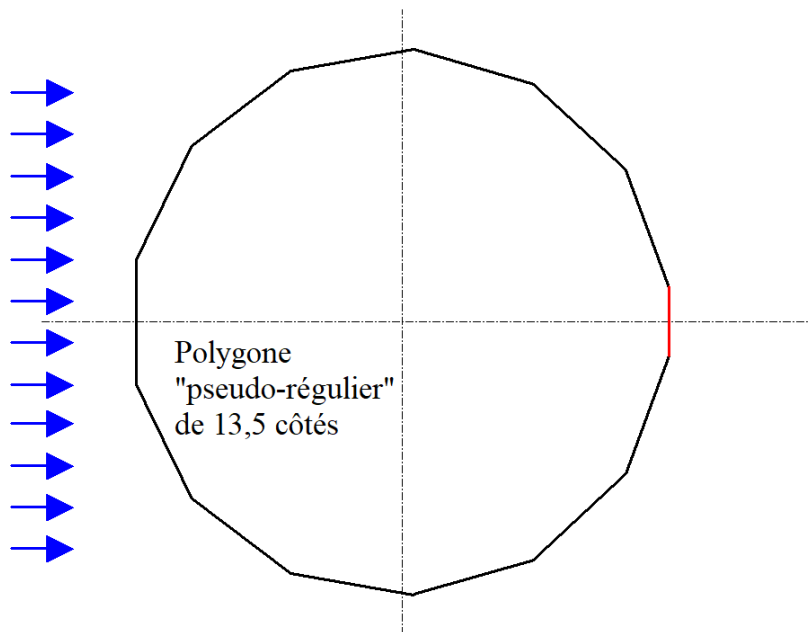
Terminons ce texte en reprenant un ajout à notre texte sur le [Nombre de Strouhal](#)

Nous avons constaté que certains auteurs n'ont pu réaliser l'étude de tous les cylindres de section polygonale régulière (manque par exemple à [Xu et coll](#), dans leur magnifique travail, les cylindres de section polygonale régulière de [9, 10, 11, 13, 14, 15 côtés](#). L'étude de ces cylindres donnerait accès à des C_x ou à des **Strouhal** qui viendrait compléter (et probablement arrondir) des courbes comme [celles-ci](#).

Mieux encore, on pourrait proposer à des chercheurs l'étude de cylindres "pseudo-réguliers" dont le nombre de côté ne serait pas entier, par exemple, ci-dessous, ce cylindre "pseudo-régulier" présentant **13,5 côtés** :

²⁴ Sur la dernière verticale de l'échelle des vents n'apparaît qu'une étiquette verte pour le cylindre de diamètre **2m** puisque le cylindre de diamètre **0,2 m** s'y trouverait en transsonique, situation qui le sort des limites de ce texte...

²⁵ Ce scalaire **1,25 10⁻¹⁰** est facilement trouvé à partir d'une masse volumique de l'air de **1,225 Kg/m³** et d'une viscosité en **m²/s** de **1/70 000** (cette valeur de la viscosité étant celle utilisée pour la détermination rapide du Reynolds, à savoir **R_e = 70 000 VD**)



Pour l'obtenir, nous avons soumis à une rotation de $360^\circ/13,5 = 26,66^\circ$ le côté vertical le plus à gauche pour obtenir le deuxième côté (un peu au-dessus de ce premier). Et ainsi de suite...

Évidemment, ce polygone, s'il est exposé à un écoulement de fluide provenant de la gauche, se termine de façon irrégulière (par son côté rouge).

Cependant, toute notre étude montre assez que la face *aval* de ce polygone est l'objet d'un large tourbillon de culot (ce tourbillon de culot englobant la plus grande partie de cette face aval et donc, en particulier, le côté rouge).

Autrement dit : Le fait que l'aval d'un cylindre à section "régulière" de **13,5 côtés** présente à son aval une face de moindre largeur *périmétrale* (en rouge ci-dessus) ne devrait modifier que très peu son C_x et son **Strouhal**. Ce sera l'occasion d'arrondir opportunément, par exemple, les brisures des courbes rouge ou bleu clair du [graphe](#) déjà montré.

Bernard de [Go Mars](#)

Version du **02/03/26**

BIBLIOGRAPHIE ET LIENS :

FLUID-DYNAMIC DRAG , S. F. HOERNER
HOERNER FLUID DYNAMICS , P.O. Box 21992 , Bakersfield, CA 93390
présenté souvent comme la *bible*²⁶ de l'aérodynamique est disponible ici :

hoernerfdy@sbcglobal.net

<https://oscommerce.darcorp.com/>

<https://inter-action-aero.fr/Fluid-dynamic-Drag-Fluid-dynamic-lift.html>

Une traduction française de cet ouvrage, "Résistance à l'avancement dans les fluides", a été réalisée :
S. F. Hoerner, Gauthier-Villars éditeurs Paris 1965

Les textes essentiels de l'association INTER ACTION :

<https://inter-action-aero.fr/> ,

²⁶ Cet ouvrage est évidemment beaucoup plus sérieux que la bible...

et en particulier :

L'AÉRODYNAMIQUE & L'ORIGINE DES TRAÎNÉES PARASITES

<https://inter-action-aero.fr/publications/aero-trainees/aero-trainees.pdf>

Les textes de notre page "Physique de la fusée et Aérodynamique générale" :

<https://gomarsfusées.eu/gomars/physique.htm>

...par exemple :

Notre texte LE C_x DE LA SPHÈRE :

https://gomarsfusées.eu/gomars/cx_sphere.doc

INFLUENCE DE LA TURBULENCE DE L'ÉCOULEMENT ET DE LA RUGOSITÉ SUR LE REYNOLDS CRITIQUE DE LA SPHÈRE

https://gomarsfusées.eu/gomars/influence_turb_et_rug_sur_re_cr_sphere.doc

Le C_x des cylindres à section polygonale régulière d'après Xu, Zhang, Gan, Li et Zhou

https://gomarsfusées.eu/gomars/cx_cyl_polyg_reg.doc

LE NOMBRE DE STROUHAL,

<https://gomarsfusées.eu/gomars/strouhal.doc>

SIMULATION DE NOMBRES DE REYNOLDS ÉLEVÉS SUR UN CYLINDRE EN SOUFFLERIE, SZECHENYI Edmond, La Recherche Aérospatiale, 1974-3 p. 155-164, 1974 :

(graphique cité dans : <https://fr.scribd.com/document/205676609/EXT-1332-5>)

ou :

SUPERCritical REYNOLDS NUMBER SIMULATION FOR TWO-DIMENSIONAL FLOW OVER CIRCULAR CYLINDERS, Edmond Szechenyi :

<https://www.cambridge.org/core/search?filters%5BauthorTerms%5D=Edmond%20Szechenyi&eventCode=SE-AU>

[https://www.cambridge.org/core/search?filters\[authorTerms\]=Edmond Szechenyi&eventCode=SE-AU](https://www.cambridge.org/core/search?filters[authorTerms]=Edmond+Szechenyi&eventCode=SE-AU)

Über eine besondere Art der Tonerregung. Ann. Phys. und Chemie, Neue Folge, Strouhal, V., Oct. 1878, pp. 216-251.

http://www.deutschestextarchiv.de/book/view/strouhal_tonerregung_1878?p=41

DRAG REDUCTION FOR D-SHAPE AND I-SHAPE CYLINDERS,

Tamotsu IGARASHI and Yoshihiko SHIBA :

https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsmeb/49/4/49_4_1036/_pdf

FLOW AROUND RECTANGULAR CYLINDERS: PRESSURE FORCES AND WAKE FREQUENCIES, C. NORBERG, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 49 (1993)
<http://www.hds.bme.hu/~fhegedus/VortexShedding/Irodalom/1993%20Flow%20around%20rectangular%20cylinders%20Pressure%20force%20and%20wake%20frequencies.pdf>

VIBRATION OF BEAMS AND TRASHRACKS IN PARALLEL AND INCLINED FLOWS,
N. D. THANG, E. NAUDASCHER, ASCE, Journal Hydraulic Eng., Vol. 117, No. 8, S. 1056-1076, 1991

WIND TUNNEL STUDY ON SPANWISE CORRELATION OF AERODYNAMIC FORCES ON A 5:1
RECTANGULAR CYLINDER, Xiaobing LIU, Yan CUI, Qingkuan LIU
<http://iawe.org/Proceedings/8APCWE/Xiaobing%20Liu.pdf>

BENCHMARK ON THE AERODYNAMICS OF A RECTANGULAR 5:1 CYLINDER: AN OVERVIEW AFTER
THE FIRST FOUR YEARS OF ACTIVITY, Luca BRUNO, Maria Vittoria SALVETTI, Francesco
RICCIARDELLI
http://www.aniv-iawe.org/barc/docs/bruno_et_al_BARC_overview_draft.pdf

PARAMETRIC STUDY OF FLOW AROUND RECTANGULAR PRISMS USING LES,
YU and KAREEM
[https://nathaz.nd.edu/journals/\(1998\)Parametric_study_of_flow_around_rectangular_prisms_using_LES.pdf](https://nathaz.nd.edu/journals/(1998)Parametric_study_of_flow_around_rectangular_prisms_using_LES.pdf)

STING-FREE MEASUREMENTS ON A MAGNETICALLY SUPPORTED RIGHT CIRCULAR CYLINDER
ALIGNED WITH FREE STREAM,
Hiroshi HIGUCHI, Hideo SAWADA and Hiroyuki KATO
<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.588.9554&rep=rep1&type=pdf>

FLOW OVER A MAGNETICALLY SUSPENDED CYLINDER IN AN AXIAL FREE STREAM
by Hiroshi Higuchi, Hideo Sawada and Pieter van Langen :
<https://www.yumpu.com/en/document/view/32321643/flow-over-a-magnetically-suspended-cylinder-in-an-axial-free-stream>

MODERN DEVELOPMENTS IN FLUID DYNAMICS, Sydney GOLDSTEIN. Oxford, The Clarendon Press, vol.
2, sec. 195, 1938, pp. 439-440

FLUID-INDUCED LOADING OF CANTILEVERED CIRCULAR CYLINDER IN A LOW
TURBULENCE UNIFORM FLOW, Part 1, MEAN LOADING WITH ASPECT RATIOS IN THE
RANGE 4 TO 30 ; FOX, T. A. & WEST, G. S., 1993, J. Fluid Struct. 7, 1-14

THE EXPERIMENTAL INVESTIGATION ON THE FLOW PAST A CIRCULAR CYLINDER OF FINITE
LENGTH PLACED NORMAL TO THE PLANE SURFACE IN A UNIFORM STREAM,
by Tetsushi OKAMOTO and Miki YAGITA ; Mai 1973
https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsme1958/16/95/16_95_805/_pdf/-char/en

PRESSURE DISTRIBUTION ON THE SURFACE OF A YAWED CIRCULAR CYLINDER (THE EFFECT OF
END-PLATES ON THE SPANWISE PRESSURE DISTRIBUTION,
by HAYASHI, YOSHINO, WAKA and KAWAMURA
https://www.jstage.jst.go.jp/article/kikaib1979/58/545/58_545_71/_pdf/-char/en

VORTEX SHEDDING FROM A FINITE CIRCULAR CYLINDER OF SMALL ASPECT RATIO,
D. SUMMER, O. J. P. DANSEREAU, J. L. HESELTINE
http://homepage.usask.ca/~drs694/CSME_Forum_2004_finite_cylinder.pdf

SYNOPSIS OF LIFT, DRAG, AND VORTEX FREQUENCY DATA FOR RIGID CIRCULAR CYLINDER, by
John H. LIENHARD, WASHINGTON STATE UNIVERSITY
<https://www.uh.edu/engines/vortexcylinders.pdf>

EXPERIMENTS ON THE FLOW PAST A CIRCULAR CYLINDER AT VERY HIGH REYNOLDS
NUMBER, by ANATOL ROSHKO, 1960
<http://core.ac.uk/download/files/200/4877657.pdf>

CONE MODELS OF MOUNTAIN PEAKS ASSOCIATED WITH ATMOSPHERIC VORTEX
STREETS, by JOHN W. TRISCHKA, Syracuse University, New York 13210, 1979)
<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.2153-3490.1980.tb00963.x>

HENRI BÉNARD : THERMAL CONVECTION AND VORTEX SHEDDING,
de José Eduardo WESFREID, <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1712/1712.07039.pdf>

FORMATION DE CENTRES DE GIRATION À L'ARRIÈRE D'UN OBSTACLE EN MOUVEMENT, Henri
BÉNARD, 9 novembre 1908, Compte-rendu Académie des Sciences, Paris (1908), 147, p. 839–842
Source Gallica : <http://visualiseur.bnf.fr/CadresFenetre?O=NUMM-3101&I=841&M=tdm>

STROUHAL NUMBERS OF RECTANGULAR CYLINDERS,
by Atsushi OKAJIMA, J. Fluid Mech, 1982
<http://www.hds.bme.hu/~fhegedus/VortexShedding/Irodalom/1982%20Strouhal%20numbers%20of%20rectangular%20cylinders.pdf>

EFFECTS OF LEADING EDGE GEOMETRY ON THE FLOW AROUND ELONGATED BLUFF BODIES, Z. J.
Taylor and G. A. Kopp, R. Gurka
<http://www.tsfp-conference.org/proceedings/2011/4c3p.pdf>

ON THE FLOW OF AIR BEHIND AN INCLINED FLAT PLATE OF INFINITE SPAN,
par Fage et Johansen, 1927 :
<http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/royprsa/116/773/170.full.pdf>

ON THE DRAG AND SHEDDING FREQUENCY OF TWO-DIMENSIONAL BLUFF BODIES,
by Anatol Roshko, 1954, NACA TN 3169
<https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19930083869.pdf>

OSCILLATING RECTANGULAR AND OCTAGONAL PROFILES: INTERACTION OF LEADING- AND
TRAILING-EDGE VORTEX FORMATION, Sabri Deniz & Thomas Staubli,
https://www.researchgate.net/publication/245225223_Oscillating_rectangular_and_octagonal_profiles_Interaction_of_leading-_and_trailing-edge_vortex_formation

REYNOLDS-NUMBER-EFFECTS IN FLOW AROUND A RECTANGULAR CYLINDER WITH ASPECT RATIO

1:5, Günter Schewe,

<http://www.hds.bme.hu/~fhegedus/VortexShedding/Irodalom/2013%20Reynolds%20number%20effects%20in%20flow%20around%20a%20rectangular%20cylinders%20with%20aspect%20ration%201-5.pdf>

STROUHAL NUMBERS OF RECTANGULAR CYLINDERS AT INCIDENCE: A REVIEW AND NEW DATA, C. W. KNISELY, Journal of Fluids and Structures (1990) 4

<http://www.hds.bme.hu/~fhegedus/VortexShedding/Irodalom/1990%20Strouhal%20numbersof%20rectangular%20cylinders%20at%20incidence%20a%20review%20and%20new%20data.pdf>

STROUHAL NUMBER DETERMINATION FOR SEVERAL REGULAR POLYGON CYLINDERS FOR REYNOLDS NUMBER UP TO 600, Herbert C. GONÇALVES et Edson DEL RIO VIEIRA :

<http://www.abcm.org.br/anais/cobem/1999/pdf/AACFFE.pdf>

EXPERIMENTAL STUDY OF FLOW AROUND POLYGON CYLINDERS, S. J. Xu, W. G. Zhang, L. Gan, M. G. Li and Y. Zhou, Durham Research Online :

<http://dro.dur.ac.uk/20793/1/20793.pdf>

FEATURE OF THE FLOW OVER A FINITE LENGTH SQUARE CYLINDER ON A WALL AT VARIOUS INCIDENCE ANGLES,

A. Sohankar, M. Kazemi Esfeh, H. Pourjafari, Md. Mahbub Alam, Longjun Wang,

http://www.i-asem.org/publication_conf/asem17/8.WF/W5B.1.WF2471_4471F1.pdf

A NUMERICAL INVESTIGATION OF THE FLOW AROUND RECTANGULAR CYLINDERS,

by Nathan STEGGEL,

<https://core.ac.uk/download/pdf/16517629.pdf>

전산유체역학 해석에 의한 교량 단면의 공력 특성값 추정, Young-Kil Hong

http://www.ndsl.kr/soc_img/society/kjis/HOJHB0/2013/v28n1/HOJHB0_2013_v28n1_57.pdf